

Задача. Доведіть, що чотирикутник з вершинами в точках $D(0; -3)$, $E(3; 0)$, $F(-1; 4)$ і $G(-4; 1)$ є прямокутником.

Розв'язок. Здаємо ознаки прямокутника:

- 1) Чотирикутник є паралелограмом, якщо його діагоналі точкою перетину діляться навпіл.
- 2) Паралелограм є прямокутником, якщо його діагоналі рівні.

Перевіримо умову 1. Нехай M — центр діагоналі DF :

$$M\left(\frac{0-1}{2}; \frac{-3+4}{2}\right) = M\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$$

Нехай M_1 — центр діагоналі EG :

$$M_1\left(\frac{3-4}{2}; \frac{0+1}{2}\right) = M_1\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$$

Отримали, що $M = M_1$, тобто діагоналі точкою перетину діляться навпіл, а значить, $DEFG$ — паралелограм.

Перевіримо умову 2. Знайдемо довжини діагоналей:

$$|DF| = \sqrt{(0+1)^2 + (-3-4)^2} = \sqrt{1^2 + (-7)^2} = \sqrt{50}.$$

$$|EG| = \sqrt{(3+4)^2 + (0-1)^2} = \sqrt{7^2 + (-1)^2} = \sqrt{50}$$

$$|DF| = |EG|$$

Твердження доведено.

Малюнок вкладено до відповіді.

Якщо що-небудь незрозуміло — запитуй.

genius20 для <https://znaniya.com/task/50123433>