

Известно, что $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$ и $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Найдите $\sin 2\alpha$.

Дано:

$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}; \quad 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$$

Найти: $\sin 2\alpha$

Решение.

Воспользуемся основным тригонометрическим тождеством

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

Отсюда

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}$$

Поскольку угол α лежит в первой четверти, то синус будет положителен, поэтому значение корня берем со знаком «плюс».

По формуле двойного угла

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = 2 \cos \alpha \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{1}{2}} = 1$$

Ответ: 1