Даны координаты точек: A1(5, 3, 7), A2(-2, 3, 5), A3(4, 2, 10), A4(1, 2, 7).

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Составить уравнения: | |  | | | |  |
| а) плоскости А1А2А3; б) прямой А1А2; | | | |  |  |  |
| в) прямой А4М, перпендикулярной к плоскости А1А2А3; | | | | |  |  |
| г) прямой А3N, параллельной прямой А1А2; | | | | |  |  |
| д) плоскости, проходящей через точку А4 перпендикулярно к прямой А1А2. | | | | | | |
| Вычислить: |  |  |  |  |  |  |
| е) синус угла между прямой А1А4 и плоскостью А1А2А3; | | | | | |  |
| ж) косинус угла между координатной плоскостью Oxy и плоскостью А1А2А3; | | | | | | |

а) Для составления уравнения плоскости А1А2А3 используем формулу:  
x - xA y - yA z - zA

xB - xA yB - yA zB - zA

xC - xA yC - yA zC - zA = 0

Подставим данные и упростим выражение:

x – 5 y – 3 z – 7

(-2) – 5 3 – 3 5 – 7

4 – 5 2 – 3 10 - 7 = 0

x – 5 y – 3 z – 7

-7 0 -2

-1 -1 3 = 0

(x – 5)(0·3 - (-2)·(-1)) – (y – 3)((-7)·3-(-2)·(-1)) + (z – 7)((-7)·(-1)-0·(-1) = 0

(-2)(x – 5) + 23(y – 3) + 7(z – 7) = 0

 - 2x + 23y + 7z - 108 = 0 это уравнение плоскости А1А2А3.

б) Уравнение прямой А1А2. Точки A1(5, 3, 7), A2(-2, 3, 5). Вектор А1А2: (-7; 0; -2).

Так как: yb - ya = 0, то уравнение прямой в каноническом виде записать нельзя.  
Составим параметрическое уравнение прямой.

[Воспользуемся формулой параметрического уравнения прямой:](http://o-math.com/math/library/analytic_geometry/line-equation/)

|  |  |
| --- | --- |
| *http://onlinemschool.com/pictures/matrix/SS.png* | *x = l t + x1* |
| *y = m t + y1* |
| *z = n t + z1* |

где: {*l; m; n*}  - направляющий вектор прямой, в качестве которого можно взять вектор A1А2: (-7; 0; -2);

(x1, y1, z1) - координаты точки лежащей на прямой, в качестве которых можно взять координаты точки A1(5, 3, 7).

В итоге получено параметрическое уравнение прямой:

|  |  |
| --- | --- |
| http://onlinemschool.com/pictures/matrix/SS.png | x = -7t + 5 |
| y = 3 |
| z = -2t + 7 |

в) Уравнение прямой А4М, перпендикулярной к плоскости А1А2А3.

Нормаль плоскости  (-2; 23; 7) является направляющим вектором прямой.

Используем координаты точки А4: (1, 2, 7).

Получаем уравнение (x – 1)/(-2) = (y – 2)/23 = (z – 7)/7.

г) Уравнение прямой А3N, параллельной прямой А1А2.

Эта прямая имеет направляющий вектор такой же, как и у прямой А1А2: (-7; 0; -2).

Так как: yb - ya = 0, то уравнение прямой в каноническом виде записать нельзя.  
Составим параметрическое уравнение прямой.

[Воспользуемся формулой параметрического уравнения прямой:](http://o-math.com/math/library/analytic_geometry/line-equation/)

|  |  |
| --- | --- |
| *http://onlinemschool.com/pictures/matrix/SS.png* | *x = l t + x1* |
| *y = m t + y1* |
| *z = n t + z1* |

где: {*l; m; n*}  - направляющий вектор прямой, в качестве которого можно взять вектор A1А2: (-7; 0; -2);

(x1, y1, z1) - координаты точки лежащей на прямой, в качестве которых можно взять координаты точки A3(4, 2, 10).

В итоге получено параметрическое уравнение прямой:

|  |  |
| --- | --- |
| http://onlinemschool.com/pictures/matrix/SS.png | x = -7t + 4 |
| y = 2 |
| z = -2t + 10 |

д) Уравнение плоскости, проходящей через точку А4 перпендикулярно к прямой А1А2.

Чтобы составить уравнение плоскости, зная координаты точки плоскости А4:(1, 2, 7) и вектора нормали плоскости, в качестве которого берём вектор прямой А1А2(-7; 0; -2), можно использовать следующую формулу.

-7(x - 1) + 0(y - 2) - 2(z - 7) = -7x +7 – 2z + 14 = -7x – 2z + 21 = 0.

Получено уравнение плоскости -7x – 2z + 21 = 0.

Вычислить:

е) синус угла между прямой А1А4 и плоскостью А1А2А3.

Если в пространстве заданы направляющий вектор прямой L

s = {l; m; n}

и уравнение плоскости

Ax + By + Cz + D = 0,

то угол между этой прямой и плоскостью можно найти используя формулу

|  |  |
| --- | --- |
| sin φ = | | A · l + B · m + C · n | |
| √A2 + B2 + C2 · √l2 + m2 + n2 |

У нас A1(5, 3, 7), A4(1, 2, 7).

Вектор А1А4(-4; -1; 0), модуль равен √(16 + 1 + 0) = √17.

Нормаль плоскости А1А2А3 (-2; 23; 7) модуль равен √(4 + 529 + 49) = √582 ≈ 24,12468.

sin φ = |(-2\*(-4) + 23\*(-1) + 7\*0)|/( **√**17\***√**582) = 15/√9894 ≈ 0,150801.

ж) косинус угла между координатной плоскостью Oxy и плоскостью А1А2А3/

Координатная плоскость XOY имеет уравнение z = 0.

Уравнение плоскости А1А2А3: - 2x + 23y + 7z - 108 = 0.

Вычислим угол между плоскостями  
z = 0 и  - 2x + 23y + 7z - 108 = 0

cos α = |A1·A2 + B1·B2 + C1·C2|/(√(A12 + B12 + C12)\* √(A22 + B22 + C22)).

cos α = |0·(-2) + 0·23 + 1·7|/(√(02 + 02 + 12)\* √((-2)2 + 232 + 72)) =

= |0 + 0 + 7|/(√(0 + 0 + 1)\* √(4 + 529 + 49)) =

= 7/√1\* √582 = 7√582 = 7√582/582 ≈ 0,29016.

α = 73,1325°.