



$\triangle ABC$ - прямоугольный

CH - высота, $AH=x$, $HB=x+7$, $AC:BC=3:4$ ($AC=3y$, $BC=4y$)

Найти радиус вписанной окружности.

1. Найдем длины всех сторон.

По теореме Эвклида $CH^2=AH \cdot BH = x \cdot (x+7)$

По теореме Пифагора $CH^2=AC^2-AH^2$ или $CH^2=CB^2-HB^2$

$$\Rightarrow CH^2=9y^2-x^2; \quad CH^2=16y^2-(x+7)^2$$

$$\Rightarrow x(x+7)=9y^2-x^2 \quad x(x+7)=16y^2-(x+7)^2$$

$$9y^2=2x^2+7x \quad (1); \quad 16y^2=x(x+7)+(x+7)^2=2x^2+21x+49 \quad (2)$$

Домножим первое уравнение на 16, а второе на 9 и полученные правые части приравняем.

$$\Rightarrow 144y^2=32x^2+112x \quad 144y^2=18x^2+189x+441 \Rightarrow 32x^2+112x=18x^2+189x+441$$

$$\Rightarrow 14x^2-77x-441=0 \Rightarrow 2x^2-11x-63=0 \Rightarrow D=121+63 \cdot 2 \cdot 4=625=25^2$$

$x_1=(11-25)/4=-3.5$ см - не годится, так как длина x не может быть отрицательной

$x_2=(11+25)/4=9$ см $\Rightarrow 9y^2=2 \cdot 9^2+7 \cdot 9=225 \Rightarrow y^2=15/3=5$ см $\Rightarrow AB=9+9+7=25$ см, $AC=3 \cdot 5=15$ см, $BC=4 \cdot 5=20$ см.

$S(\triangle ABC)=AC \cdot BC/2 = p \cdot r$, p - половина периметра ABC , r - радиус вписанной окружности

$$\Rightarrow 15 \cdot 20/2=(25+20+15) \cdot r/2 \Rightarrow 15 \cdot 20=60 \cdot r \Rightarrow r=15 \cdot 20/60=5$$
 см