1. Выясним в каком порядке на стороне CB (1)

находятся точки C_1, A_1, H, B, — C_1, A_1, H, B или

C_1, H, A_1, B ?

Найдем $\sin\angle B$ из ΔCAB:

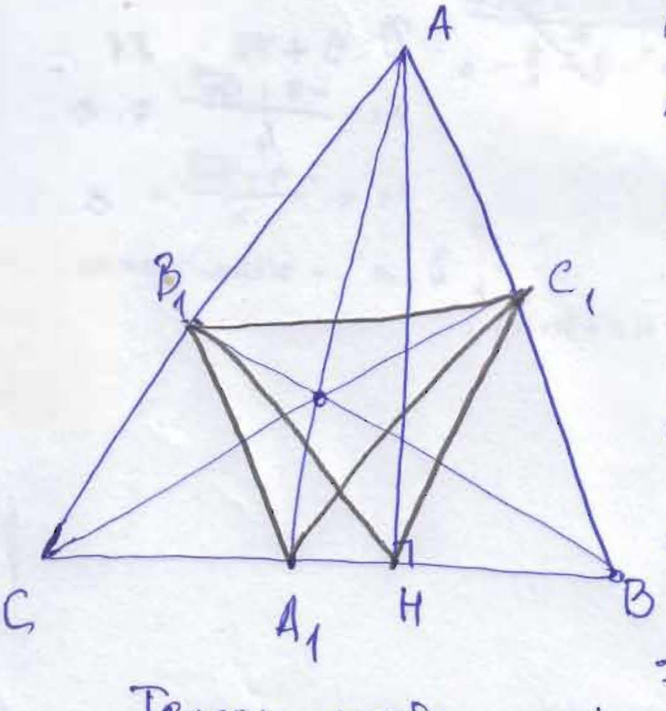
$$\frac{AB}{\sin\angle C} = \frac{AC}{\sin\angle B} \Rightarrow \frac{10\cdot 2}{\sqrt{3}} = \frac{11}{\sin\angle B}$$

$$\sin\angle B = \frac{11\sqrt{3}}{20} > \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \sin\angle B > \sin\angle C$$

$\Rightarrow \angle B > \angle C \Rightarrow$ точки C_1, A_1, H, B на стороне CB

находятся в следующем порядке:

$C_1 \to A_1 \to H \to B$. Теперь изобразим чертеж:



Нам известно:

$AB=10$, $AC=11$, $\angle C=60^\circ$,

$\sin\angle B = \frac{11\sqrt{3}}{20}$

Найдем $\cos\angle B$ из основного тригонометрического соотношения:

$$\cos^2\angle B = 1-\sin^2 B = 1-\frac{121\cdot 3}{400}$$

$$\cancel{\sin}\ \cos^2\angle B = \frac{\sqrt{37}}{20}$$

Теперь найдем $\sin\angle A = \sin(180^\circ - (\angle C+\angle B)) = \sin(\angle C+\angle B)$

$= \sin\angle B\cos\angle C + \cos\angle B\cdot\sin\angle C$

$$\sin\angle A = \frac{11\cdot\sqrt{3}}{40} + \frac{\sqrt{37}\cdot\sqrt{3}}{40} = \frac{\sqrt{3}(11+\sqrt{37})}{40}$$

~~CB~~ Из т. синусов найдем CB

$$\frac{CB}{\sin\angle A} = \frac{AB}{\sin\angle C}$$

$$\frac{CB\cdot 40}{\sqrt{3}(11+\sqrt{37})} = \frac{10\cdot 2}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{CB\cdot 2}{11+\sqrt{37}} = 1$$

$CB = \dfrac{11+\sqrt{37}}{2} \Rightarrow B_1C_1 = \dfrac{CB}{2} = \dfrac{11+\sqrt{37}}{4}$, так как

B_1C_1 – средняя линия в ΔCAB.

$$CH = AC\cdot\cos\angle C = 11\cdot 0{,}5 = 5{,}5$$

$$A_1H = CH - CA_1 = CH - \frac{CB}{2} = 5{,}5 - \frac{11+\sqrt{37}}{4} = \frac{11-\sqrt{37}}{4}$$

ΔHCB: (т. косинусов)

$$C_1H^2 = HB^2 + C_1B^2 - 2\cdot HB\cdot C_1B\cdot\cos\angle B$$

$$HB = CB - CH = \frac{11+\sqrt{37}}{2} - 5{,}5 = \frac{\sqrt{37}}{2}$$

$$C_1H^2 = \frac{37}{4} + 25 - \frac{10\cdot\sqrt{37}\cdot\sqrt{37}}{2\cdot 20} = \frac{137}{4} - \frac{37}{4} = \frac{100}{4} = 25$$

$C_1H = 5$, т.е. $C_1H = B_1A_1 = 5$ ($B_1A_1 = \dfrac{AB}{2}$ как средняя линия ΔCAB). Т.е. $A_1B_1C_1H$ – равнобочная трапеция $\Rightarrow A_1C_1 = HB_1$, но $A_1C_1 = AC : 2 = 5{,}5$ (т.к. A_1C_1 – средняя линия в ΔCAB)

Итак сумма диагоналей в $A_1B_1C_1H$ (3)

равна $= A_1C_1 + HB_1 = 5,5 + 5,5 = 11$

Периметр трапеции $A_1B_1C_1H$ равен:

$P_{A_1B_1C_1H} = C_1H + A_1H + A_1B_1 + B_1C_1 =$

$= 5 + \frac{11-\sqrt{37}}{4} + 5 + \frac{11+\sqrt{37}}{4} = 10 + 5,5 = 15,5$

Тогда сумма длин диагоналей и периметр. четырехугольника $A_1B_1C_1H$ $=$

$= 15,5 + 11 = 26,5$

Примечание: $A_1B_1C_1H$ вообще трапеция, т.к. B_1C_1 является средней линией $\triangle CAB$, а значит $B_1C_1 \parallel CB \Rightarrow B_1C_1 \parallel A_1H$.