2393451

$$\begin{cases} \log_{3-x}\dfrac{(x-3)^4}{x} \geqslant 4 \\ \dfrac{x^2-12x+10}{x-1} + \dfrac{x^2-5x+5}{x-5} \leqslant 2x-11 \end{cases}$$

Решаем первое неравенство:

ОДЗ: $3-x>0$ $x<3$; $x>0$; т.е $0<x<3$

$$\log_{3-x}(x-3)^4 - \log_{3-x}x \geqslant 4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4\log_{3-x}(3-x) - \log_{3-x}x \geqslant 4 \Rightarrow \left| \begin{array}{l} \text{здесь } (x-3)^4 = \\ [(-1)(3-x)]^4 = 1^4(3-x)^4 \end{array} \right| \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4 - \log_{3-x}x \geqslant 4 \Rightarrow -\log_{3-x}x \geqslant 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \log_{3-x}\frac{1}{x} \geqslant 0 \Rightarrow \frac{1}{x} \geqslant 1 \Rightarrow 0<x\leqslant 1$$

Решаем второе неравенство: ОДЗ: $x\neq 1$; $x\neq 5$

$$x^2-12x+10+x^2-5x+5 \leqslant (2x-11)(x-1)(x-5) \Rightarrow$$

$$2x^2-17x+15 \leqslant (2x-11)(x^2-6x+5) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2x^2-17x+15 \leqslant 2x^3-12x^2+10x-11x^2+66x-55 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2x^2-17x+15 \leqslant 2x^3-23x^2+76x-55 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2x^3-25x^2+93x-70 \geqslant 0 \Rightarrow \Big| \text{Очевидно, что } x_1 = 1.$$

$$\begin{array}{l|l} 2x^3-25x^2+93x-70 & x-1 \\ \cline{2-2} 2x^3-2x^2 & 2x^2-23x+70 \\ \hline \quad -23x^2+93x & \\ \quad -23x^2+23x & \\ \hline \qquad\quad 70x-70 & \\ \qquad\quad 70x-70 & \end{array}$$

$$2x^2-23x+70=0 \quad x_{1,2} = \frac{23\pm\sqrt{23^2-8\cdot 70}}{4} = \frac{23\pm\sqrt{-31}}{4}$$

Поскольку $D<0$, а коэффициент при x^2 $2>0$, то

$2x^2-23x+70>0$ при всех значениях x $\Big| \Rightarrow$

$\Rightarrow 2x^3-25x^2+93x-70 \geq 0 \Rightarrow (x-1)(2x^2-23x+70) \geq 0$

$x \geq 1$. Учитывая ОДЗ, получим $x>1$

Итак, имеем $\begin{cases} 0<x\leq 1 \\ x>1 \end{cases}$, т.е. данная система

совокупного решения не имеет