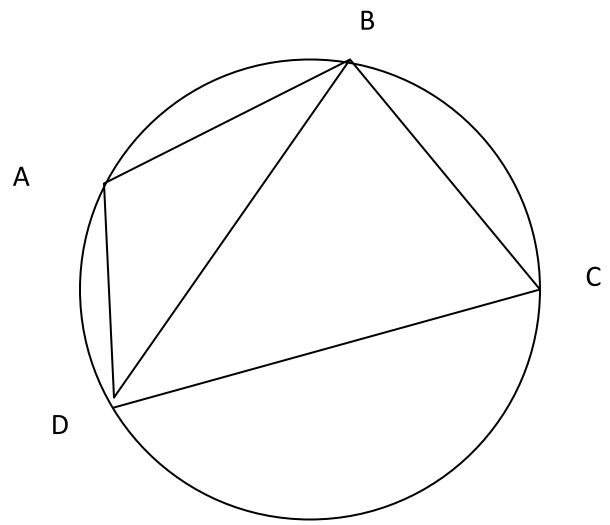

Проведем в четырехугольнике АВСД диагональ ВД. Тогда площадь четырехугольника равна сумме площадей треугольников АВД и ВСД. Площадь АВД равна $1/2a*d*\sin BAD$, площадь ВСД равна $½*b*c*\sin BCD$. Т,К, четырехугольник вписан в окружность, то сумма противоположных углов равна 180 градусов. Если $<ABD=\alpha$, то $<BCD=180-\alpha$, $\sin BCD=\sin(180-\alpha)=\sin\alpha$, Имеем, площадь четырехугольника равна $S=1/2\sin\alpha(ad+bc)$

Воэведем обе части в квадрат $S^2=1/4(\sin\alpha)^2(ad+bc)^2$

По тереме косинусов для треугольника АВД получим $BD^2=a^2+d^2-2ad\cos\alpha$, о тереме косинусов для треугольника ВСД получим $BD^2=b^2+c^2+2bc\cos\alpha$, $\cos(180-\alpha)=-\cos\alpha$

$a^2+d^2-2ad\cos\alpha=b^2+c^2+2bc\cos\alpha$, $\cos\alpha(2ad+2bc)=a^2+d^2-b^2-c^2$,

$\cos\alpha=(a^2+d^2-b^2-c^2)/(2ad+2bc)$

подставим полученное значение cos в формулу $S^2=1/4(\sin\alpha)^2(ad+bc)^2=1/4(1-\cos^2\alpha)(ad+bc)^2=1/4(1-((a^2+d^2-b^2-c^2)/(2ad+2bc))^2)(ad+bc)^2$

к данному выражению применим формулу разности квадратов $1-((a^2+d^2-b^2-c^2)/(2ad+2bc))^2=(1-(a^2+d^2-b^2-c^2)/(2ad+2bc))*(1+(a^2+d^2-b^2-c^2)/(2ad+2bc))$

приведем к общему знаменателю

$(2ad+2bc-a^2-d^2+b^2+c^2)(2ad+2bc+a^2+d^2-b^2-c^2)(ad+bc)^2/16(ad+bc)^2=((b+c)^2-(a-d)^2)((a+d)^2-(b-c)^2)/16=((b+c)-(a-d))((b+c)+(a-d))((a+d)-(b-c))((a+d)+(b-c))/16=(2p-2a)(2p-2d)(2p-2b)(2p-2c)/16=(p-a)(p-b)(p-c)(p-d)$

т.е. $S=\sqrt{p-a)(p-b)(p-c)(p-d)}$