



Сумма углов 12-и угольника =  
 $180^\circ \cdot (12-2) = 1800^\circ$

Величина одного угла (например ABC)  
 равна  $1800^\circ : 12 = 150^\circ$

Рассмотрим один из треугольников, образованных  
 двумя соседними вершинами и центром описанной  
 окружности O. Например  $\triangle AOB$

Углы  $\angle BAO = \angle ABO = 75^\circ \Rightarrow \angle BOA = 180^\circ - 75^\circ - 75^\circ = 30^\circ$

Тогда по теореме синусов  
 $AB / \sin \angle BOA = OB / \sin \angle OAB \Rightarrow$   
 $a / \sin 30^\circ = R / \sin 75^\circ$   
 $\Rightarrow R = 2a \cdot \sin 75^\circ$

$$\begin{aligned} \sin 75^\circ &= \sin(45^\circ + 30^\circ) = \sin 45^\circ \cos 30^\circ + \cos 45^\circ \sin 30^\circ = \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow R = a \cdot (\frac{\sqrt{6}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}) \Rightarrow R^2 = a^2 (6/4 + \sqrt{12}/2 + 2/4) = a^2 (3/2 + \sqrt{3} + 1/2) = a^2 (2 + \sqrt{3}) \\ &\Rightarrow R = a \cdot \sqrt{2 + \sqrt{3}} \text{ что и требовалось доказать.} \end{aligned}$$