Дані координати вершин піраміди А1(-1;3;0), А2(2;0;0), А3(5;-2;1), А4(3;2;7).  
Треба знайти:  
а )кут між ребрами А1А2 та А1А4;

Находим векторы А1А2 и А1А4.

А1А2 = А2(2;0;0) - А1(-1;3;0) = (3; -3; 0). Модуль равен √(9 + 9 + 0) = 3√2.

А1А4 = А4(3;2;7) - А1(-1;3;0) = (4; -1; 7). Модуль равен √(16 + 1 + 49) = √66.

cos (А1А2\_ А1А4) = (3\*4 + (-3)\*(-1) + 0\*7)/( 3√2\*√66) = 15/(3√132) = 5√132/132.

Угол равен arccos(5√132/132) = 1,120542431 радиан или 64,20235206 градусов.

б) рівняння прямої А1А2;

Это уравнение находим по координатам точки А1(-1;3;0) и направляющему вектору А1А2(3; -3; 0).

(x + 1)/3 = (y – 3)/(-3) = z/0.

в) рівняння та площу грані А1А2А3;

Для составления уравнения плоскости используем формулу:

x - xAy - yAz - zAxB - xAyB - yAzB - zAxC - xAyC - yAzC - zA = 0

Подставим данные и упростим выражение:

x - (-1) y – 3 z – 0

2 - (-1) 0 – 3 0 – 0

5 - (-1) -2 – 3 1 - 0 = 0

x - (-1) y – 3 z – 0

3 -3 0

6 -5 1 = 0

(x - (-1))(-3·1-0·(-5)) – (y – 3)(3·1-0·6) + (z – 0)(3·(-5)-(-3)·6) = 0

(-3)(x - (-1)) + (-3)(y – 3) + 3(z – 0) = 0

 - 3x - 3y + 3z + 12 = 0 или, сократив на (-3), получаем:

x + y - z - 2 = 0.

Найдем [вектор по координатам точек](https://ru.onlinemschool.com/math/library/vector/p_to_vector/):

A1А2 = {А2x – A1x; А2y – A1y; А2z – A1z} = {2 - (-1); 0 - 3; 0 - 0} = {3; -3; 0}

A1А3 = {А3x – A1x; А3y – A1y; А3z – A1z} = {5 - (-1); -2 - 3; 1 - 0} = {6; -5; 1}

S= (1/2)|A1А2 × A1А3|

Найдем [векторное произведение векторов](https://ru.onlinemschool.com/math/library/vector/multiply1/):

c = A1А2 × A1А3  
  
A1А2 × A1А3 =  **i j k**

A1А2x A1А2y A1А2z

A1А3x A1А3y A1А3Cz =

**i j k**

3 -3 0

6 -5 1  =   
  
= **i** ((-3)·1 - 0·(-5)) - **j** (3·1 - 0·6) + **k** (3·(-5) - (-3)·6) = **i** (-3 - 0) - **j** (3 - 0) + **k** (-15 + 18) = {-3; -3; 3}

Найдем [длину (модуль) вектора](https://ru.onlinemschool.com/math/library/vector/length/):

|c| = √(cx2 + cy2 + cz2) = √ ((-3)2 + (-3)2 + 32) =√(9 + 9 + 9) = √27 = 3·√3

**Найдем площадь треугольника**:

S = (1/2) · 3·√3 ≈ 2.598076 кв. ед..

д) об’єм піраміди А1А2А3А4.

Объем пирамиды, построенной на векторах a1(X1;Y1;Z1), a2(X2;Y2;Z2), a3(X3;Y3;Z3) равен:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=V%20=%20\frac%7b1%7d%7b6%7d | |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | |  |  |  | | --- | --- | --- | | X1 | Y1 | Z1 | | X2 | Y2 | Z2 | | X3 | Y3 | Z3 | |  | |  |

здесь X,Y,Z координаты вектора.  
Координаты векторов находим по формуле:  
X = xj - xi; Y = yj - yi; Z = zj - zi  
здесь xi, yi, zi - координаты точки Аi; xj, yj, zj - координаты точки Аj;  
Например, для вектора A1A2.  
X = x2 - x1; Y = y2 - y1; Z = z2 - z1  
X = 2-(-1) = 3; Y = 0-3 = -3; Z = 0-0 = 0  
A1A2(3;-3;0)  
A1A3(6;-5;1)  
A1A4(4;-1;7)

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=V%20=%20\frac%7b1%7d%7b6%7d | |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | |  |  |  | | --- | --- | --- | | 3 | -3 | 0 | | 6 | -5 | 1 | | 4 | -1 | 7 | |  | | https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=%20=%20\frac%7b|12|%7d%7b6%7d%20=%202 |

Где (12) нашли как определитель матрицы.  
∆ = 3\*((-5)\*7 - (-1)\*1) - 6\*((-3)\*7 - (-1)\*0) + 4\*((-3)\*1 - (-5)\*0) = 12.

