

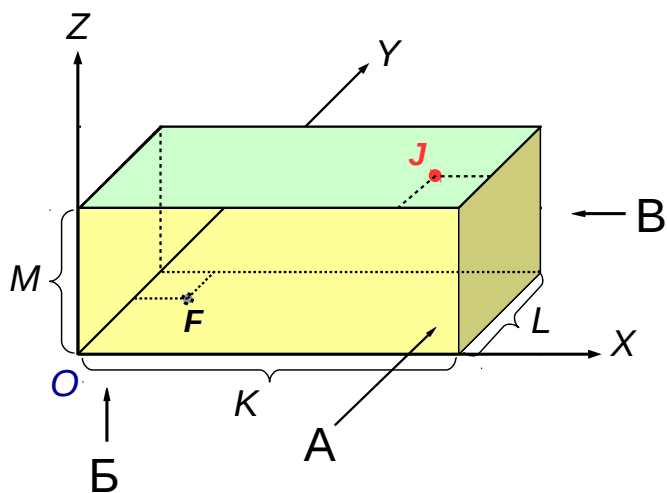


Рисунок 1. Общий вид.

Зададим систему координат OXYZ см рис 1. Обозначим точкой F , положение мухи, точкой J положение варенья.
Для дальнейшего рассмотрения пронумеруем грани параллелепипеда см рис 2.

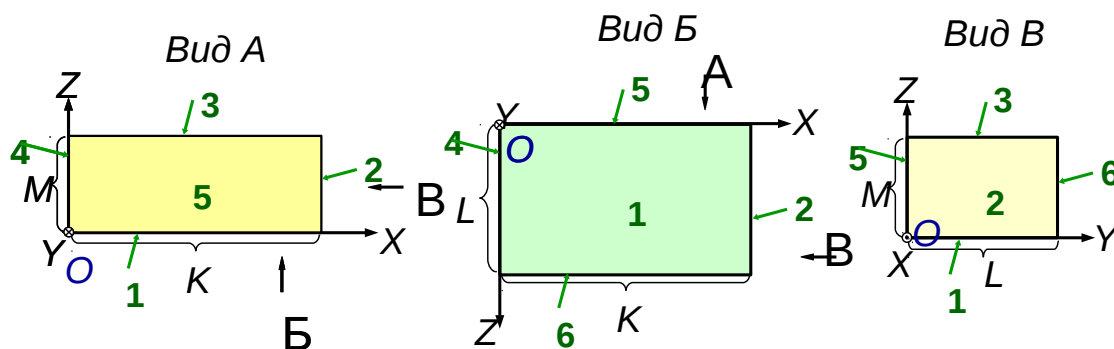


Рисунок 2. Дополнительные виды и нумерация граней..

В случае на расположения на одной грани $(X_1=X_2) \text{ OR } (Y_1=Y_2) \text{ OR } (Z_1=Z_2)$ кратчайший путь очевиден. Отрезок прямой, лежащей на плоскости грани т.е

Если $(X_1=X_2) \text{ OR } (Y_1=Y_2) \text{ OR } (Z_1=Z_2)$, то

$$R = \sqrt{(X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2 + (Z_2 - Z_1)^2} \quad (\Phi 0)$$

Это формула, определяющая расстояние между 2мя точками (X_1, Y_1, Z_1) (X_2, Y_2, Z_2) в 3-мерном пространстве.

Математически принадлежность точки с координатами (X, Y, Z) грани с номером N можно записать с помощью системы равенств и неравенств.

- 1, $0 \leq X \leq K, 0 \leq Y \leq L, Z=0$
- 2, $X=K, 0 \leq Y \leq L, 0 \leq Z \leq M$
- 3, $0 \leq X \leq K, 0 \leq Y \leq L, Z=M$
- 4, $X=0, 0 \leq Y \leq L, 0 \leq Z \leq M$ (1)
- 5, $0 \leq X \leq K, Y=0, 0 \leq Z \leq M$
- 6, $0 \leq X \leq K, Y=L, 0 \leq Z \leq M$

Систему (1) можно (и мы будем использовать в дальнейшем) для проверки корректности данных введенных пользователем. Сведем данные в таблицу 1. Если данные корректны, то можно использовать «краткий» признак. (Выделенные зеленым цветом ячейки)

Таблица 1.

№ грани	X	Y	Z
1	$0 \leq X \leq K$	$0 \leq Y \leq L$	$Z = 0$
2	$X = K$	$0 \leq Y \leq L$	$0 \leq Z \leq M$
3	$0 \leq X \leq K$	$0 \leq Y \leq L$	$Z = M$
4	$X = 0$	$0 \leq Y \leq L$	$0 \leq Z \leq M$
5	$0 \leq X \leq K$	$Y = 0$	$0 \leq Z \leq M$
6	$0 \leq X \leq K$	$Y = L$	$0 \leq Z \leq M$

Для дальнейшей отработки вариантов создадим таблицу 2. При этом сгруппируем «зеркальные» варианты т. е. если точки ***F*** и ***J*** поменять местами.

Таблица 2.

№ варианта	Положение F № грани	Положение J № грани	Положение F № грани	Положение J № грани	№ формулы
1	1	1	1	1	Ф0
2	2	2	2	2	Ф0
3	3	3	3	3	Ф0
4	4	4	4	4	Ф0
5	5	5	5	5	Ф0
6	6	6	6	6	Ф0
7	1	2	2	1	Ф1
8	1	3	3	1	Ф4
9	1	4	4	1	Ф1
10	1	5	5	1	Ф2
11	1	6	6	1	Ф2
12	2	3	3	2	Ф1
13	2	4	4	2	Ф5
14	2	5	5	2	Ф3
15	2	6	6	2	Ф3
16	3	4	4	3	Ф1
17	3	5	5	3	Ф2
18	3	6	6	3	Ф2
19	4	5	5	4	Ф3
20	4	6	6	4	Ф3
21	5	6	6	5	Ф6

Видно, что формулой Ф0 мы «отработали» 6 вариантов (первые 6 желтых строк).

Еще остается 12 вариантов расположения на смежных гранях (синие и зеленые строки) и 3 варианта расположения на противоположных гранях (фиолетовые строки). В случае расположения на смежных гранях, можно применить развертку. Центром "развертки" делаем грань где сидит муха. Рассмотрим подробнее варианты 7, 9, 10, 11, рисунок 3. Фиолетовыми стрелками обозначили положительные направления координатных осей на гранях, начало стрелок помещаем на 0 соответствующей координаты.

Видно, что на развертке путь между точками F и J превращается в отрезок прямой (Зеленые штрих пунктирные линии). Рассмотрим как найти его длину. Пусть, например F расположена на грани 1, J на грани 6. Соединим F и J отрезком R_{16} . Можно достроить до прямоугольного треугольника R_{16} , a_{16} , d_{16} . Гипотенуза R_{16} , будет по теореме Пифагора определяться длинами катетов a_{16} , и d_{16} .

$$R_{16} = \sqrt{a_{16}^2 + d_{16}^2} \quad (2)$$

Длина катета d_{16} :

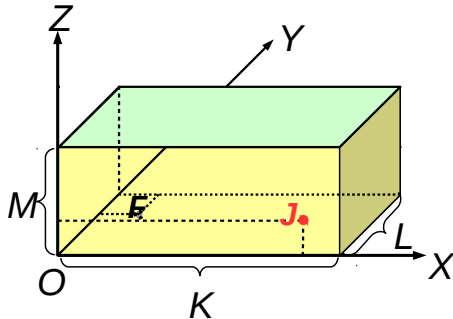
$$d_{16} = |X_2 - X_1| \quad (3)$$

Тут знак модуля мы поставили затем чтобы, «не заморачиваться» с тем, какая из координат X_1 или X_2 больше, чтобы получить положительную длину. Модуль нам «поможет» и в случае зеркального варианта, т. е. если точки F и J поменять местами.

При этом, получаем длину катета a_{16} :

$$a_{16} = Y_1 + Z_2 \quad (4)$$

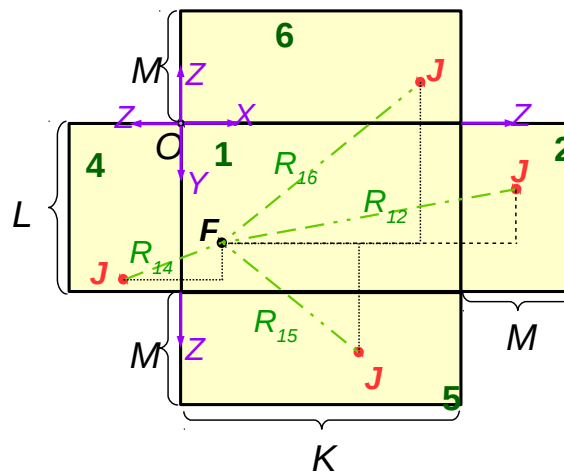
Рисунок 3. Варианты 7, 9, 10, 11, Точки F, J на смежных гранях. Развертка от грани 1



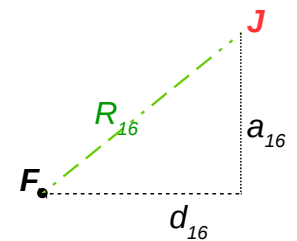
F — положение мухи
 J — положение варенья

$$Z_1 = 0$$

$$R_{ij} = \sqrt{d_{ij}^2 + f_{ij}^2}$$



$$\begin{aligned} a_{12} &= |Y_2 - Y_1| \\ d_{12} &= |X_2 - X_1| + |Z_2 - Z_1| \\ a_{14} &= |Y_2 - Y_1| \\ d_{14} &= |X_2 - X_1| + |Z_2 - Z_1| \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} a_{16} &= |Y_2 - Y_1| + |Z_2 - Z_1| \\ d_{16} &= |X_2 - X_1| \\ a_{15} &= |Y_2 - Y_1| + |Z_2 - Z_1| \\ d_{15} &= |X_2 - X_1| \end{aligned}$$

Однако заметим, что поскольку точка F лежит на грани 1 ($Z_1=0$), точка J лежит на грани 6 ($Y_2=0$), (4) можно записать в несколько ином виде (Более универсальном, как окажется):

$$a_{16} = Y_1 - 0 + Z_1 - 0 = |Y_1 - 0| + |Z_1 - 0| = |Y_2 - Y_1| + |Z_2 - Z_1| \quad (5)$$

Тогда, если F расположена на грани 1, J на грани 5. С помощью аналогичных рассуждений, построив до прямоугольного треугольника R_{15} , a_{15} , d_{15} . Получим:

$$R_{15} = \sqrt{a_{15}^2 + d_{15}^2} \quad (6)$$

Длина катета d_{15} :

$$d_{15} = |X_2 - X_1| \quad (7)$$

Длина катета a_{15} ,

$$a_{15} = |L - Y_1| + |Z_2|$$

а поскольку на грани 1 $Z_1=0$, на грани 5 $Y_2=L$:

$$a_{15} = |L - Y_1| + |Z_2| = |L - Y_1| + |Z_2 - 0| = |Y_2 - Y_1| + |Z_2 - Z_1| \quad (8)$$

Аналогично

$$R_{12} = \sqrt{a_{12}^2 + d_{12}^2} \quad (9)$$

Длина катета a_{12} :

$$a_{12} = |Y_2 - Y_1| \quad (10)$$

Длина катета d_{12} ,

$$d_{12} = |K - X_1| + |Z_2|$$

а поскольку на грани 1 $Z_1=0$, на грани 2 $X_2=K$:

$$d_{12}=|K-X_1|+|Z_2|=|K-X_1|+|Z_2-0|=|X_2-X_1|+|Z_2-Z_1| \quad (11)$$

$$R_{14}=\sqrt{a_{14}^2+d_{14}^2} \quad (12)$$

Длина катета a_{14} :

$$a_{14}=|Y_2-Y_1| \quad (13)$$

Длина катета d_{14} ,

$$d_{12}=|X_1|+|Z_2|$$

а поскольку на грани 1 $Z_1=0$, на грани 4 $X_2=0$:

$$d_{12}=|X_1|+|Z_2|=|0-X_1|+|Z_2-0|=|X_2-X_1|+|Z_2-Z_1| \quad (14)$$

Обобщая (9), (10), (11), (12), (13), (14), можно записать

$$a=|Y_2-Y_1|$$

$$d=|X_2-X_1|+|Z_2-Z_1| \quad (\Phi 1)$$

$$R=\sqrt{a^2+d^2}$$

что соответствует вариантам 7, 9 таблицы 2.

Обобщая (2), (3), (5), (6), (7), (8), можно записать для вариантов 10, 11 таблицы 2.

$$a=|Y_2-Y_1|+|Z_2-Z_1|$$

$$d=|X_2-X_1| \quad (\Phi 2)$$

$$R=\sqrt{a^2+d^2}$$

Ну что ж, половину таблицы 2 отработали. Продолжим.

Чтобы рассмотреть варианты 12, 14, 15 выполним развертку от грани 2 в центре (рис. 4).

Проводя рассуждения аналогичные, приведенным выше. Получим.

Для варианта 12 таблицы 2.

$$a=|Y_2-Y_1|$$

$$d=|X_2-X_1|+|Z_2-Z_1| \quad (\Phi 1)$$

$$R=\sqrt{a^2+d^2}$$

Для вариантов 14, 15 таблицы 2.

$$a=|Y_2-Y_1|+|X_2-X_1|$$

$$d=|Z_2-Z_1| \quad (\Phi 3)$$

$$R=\sqrt{a^2+d^2}$$

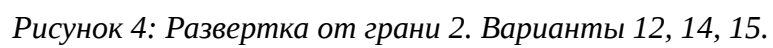


Рисунок 4: Развертка от грани 2. Варианты 12, 14, 15.

Чтобы рассмотреть варианты 16, 17, 18 вы полным развертку от грани 3 в центре (рис. 5).

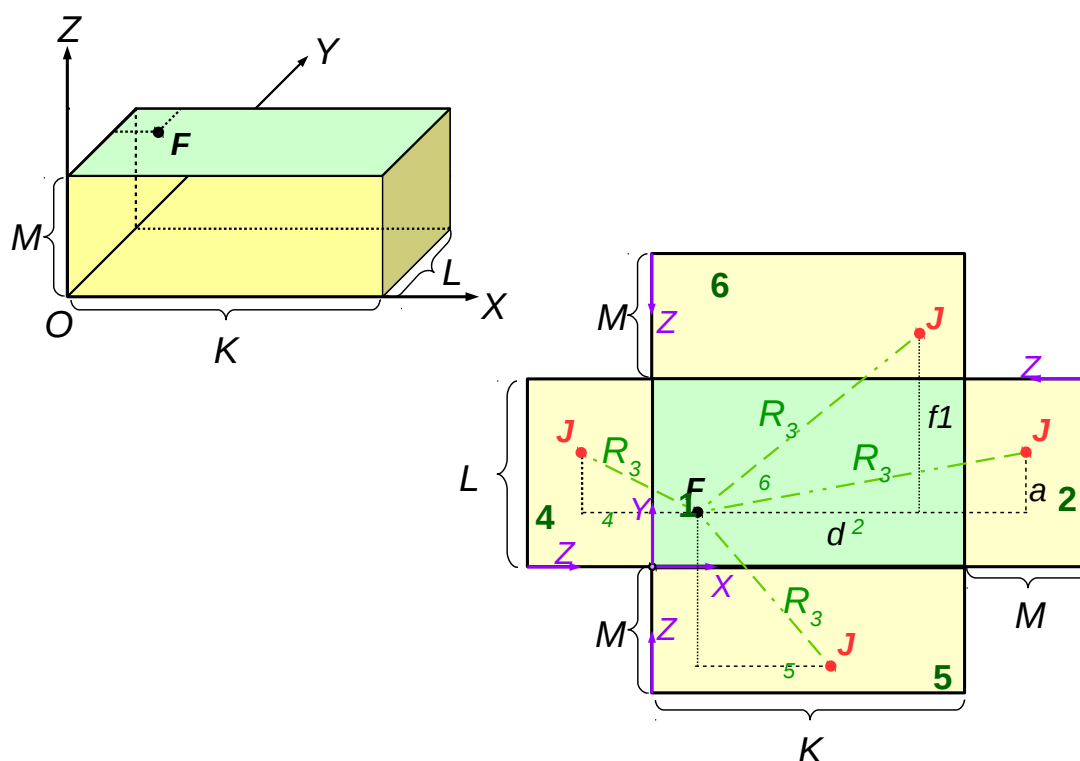


Рисунок 5: Развертка от грани 3. Варианты 16, 17, 18.

Сразу приведем результат..

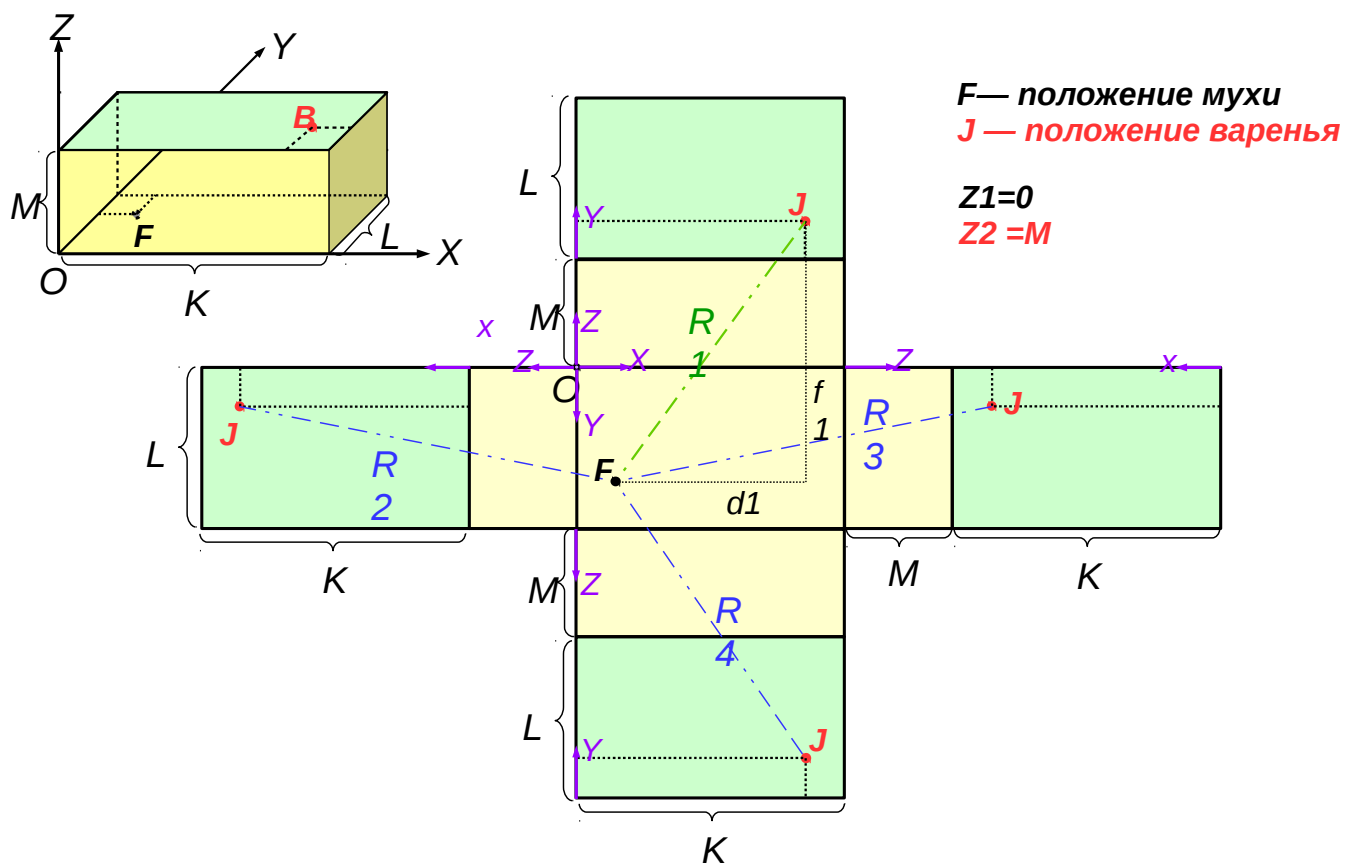
Для варианта 16 таблицы 2.

$$\begin{aligned} a &= |Y_2 - Y_1| \\ d &= |X_2 - X_1| + |Z_2 - Z_1| \\ R &= \sqrt{a^2 + d^2} \end{aligned} \quad (\Phi 1)$$

Для вариантов 17, 18 таблицы 2.

$$\begin{aligned} a &= |Y_2 - Y_1| + |Z_2 - Z_1| \\ d &= |X_2 - X_1| \\ R &= \sqrt{a^2 + d^2} \end{aligned} \quad (\Phi 2)$$

Теперь остается рассмотреть 3 варианта расположения на противоположных гранях.
Вариант 8. Строим развертку от грани 1.



Замечания по написанию программы.

1. Обозначение граней.
2. Проверка данных при вводе.
3. Попадание точек на ребра (вершины).
4. Переменные.