

**ЗАДАЧА** <http://znaniya.com/task/13572677>

*Ядро вылетает из пушки, расположенной под некоторым углом к горизонту. При полете оказалось, что максимальная скорость ядра в 3 раза больше минимальной.*

*Найти дальность полёта и максимальную высоту, если ядро упало на землю со скоростью 20 м/с.*

**Решение**

Если пренебречь сопротивлением воздуха (а мы в школе только так и можем), и если предположить что точка падения находится на той же высоте, что и точка вылета то тогда скорость падения равна по модулю начальной скорости.

Определимся с системой координат. Начало координат установим в точке вылета. Ось  $Y$  направим вертикально вверх. Ось  $X$  горизонтально к точке падения. **См рисунок 1.**

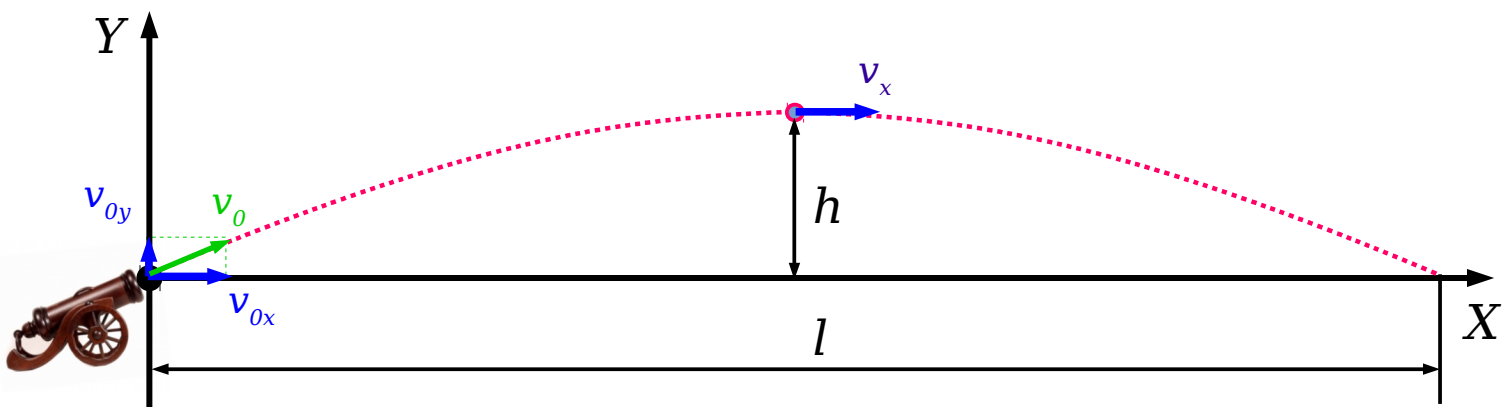


Рисунок 1: Траектория полета. Система координат

Разложим вектор скорости на две компоненты **см рисунок 2.**

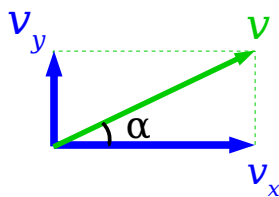


Рисунок 2: Разложение вектора скорости на горизонтальную и вертикальную компоненты

модуль вектора скорости  $v$  связан со своими проекциями соотношением:  $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$  (1)

В начальный момент времени (в точке вылета), а также в точке падения модуль вектора скорости будет максимальный. В эти моменты будет модуль  $v_y$  будет максимальным. А минимальной будет скорость на вершине траектории когда вертикальная составляющая будет равна нулю. Горизонтальная составляющая скорости будет постоянной.

В точке вылета проекции вектора скорости будут равны.

$$\begin{aligned} v_{0x} &= v_0 \cos \alpha \\ v_{0y} &= v_0 \sin \alpha \end{aligned} \quad (2)$$

Где  $\alpha$  — вертикальный угол наведения.

Итак согласно условию получается:

$$|v_0| = 3|v_x| \quad (3)$$

Или

$$|v_0| = 3|v_0 \cos \alpha| \quad \text{откуда получаем}$$

$$\cos \alpha = \frac{1}{3} \approx 0,3333 \quad (4)$$

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sqrt{1 - \frac{1}{9}} = \sqrt{\frac{8}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3} \approx 0,9428 \quad (5)$$

движение по вертикали равноускоренное, скорость изменяется так:

$$v_y = v_{0y} - gt \quad (6)$$

Если в формулу (6) подставить  $v_y = 0$ , то мы можем найти время  $t_1$  за которое ядро поднимется на максимальную высоту  $h$ . Так же это время равно половине времени полета.

$$\begin{aligned} 0 &= v_{0y} - gt_1 \\ gt_1 &= v_{0y} \\ t_1 &= \frac{v_{0y}}{g} \end{aligned}$$

или, если учесть (2) и (5):

$$t_1 = \frac{v_0 \cdot \sin \alpha}{g} = \frac{v_0 \cdot 2\sqrt{2}}{3g} \approx \frac{20 \cdot 0,9428}{9,8} \approx 1,924 [c] \quad (7)$$

Координата  $y$  изменяется по закону равноускоренного (равнозамедленного) движения:

$$y = y_0 + v_{0y}t - \frac{gt^2}{2} \quad (8)$$

Находим максимальную высоту подъема  $h$ , подставив в (8) время подъема  $t_1$  из (7).

$$h = y_0 + v_{0y}t_1 - \frac{gt_1^2}{2} = v_0(\sin \alpha)t_1 - \frac{gt_1^2}{2} \approx 20 \cdot 0,9428 \cdot 1,924 \approx 18,41 [\text{м}] \quad (9)$$

Дальность полета  $l$  будет равна:

$$l = 2t_1 v_{0x} = 2t_1 v_0 \cos \alpha \approx 2 \cdot 1,924 \cdot 20 \cdot \frac{1}{3} \approx 25,65 [\text{м}]$$

ОТВЕТ: высота  $h \approx 18,41 [\text{м}]$  ; дальность полета  $l \approx 25,65 [\text{м}]$

P. S. Если это игрушечная пушечка, то ладно, а если это настоящая пушка, то стрельба ведется практически себе «под ноги» :( . Может начальная скорость все таки больше?