



Дано: $O_1A=1$ см; $O_2A=\sqrt{3}$ см
 $O_1O_2=2$ см

Найди площадь общей части
 (закрашена желтым)

По теореме косинусов в $\triangle O_1AO_2$:

$$O_1A^2 = O_2A^2 + O_1O_2^2 - 2O_2A \cdot O_1O_2 \cdot \cos \angle AO_2O_1$$

$$1 = 3 + 4 - 2 \cdot \sqrt{3} \cdot 2 \cdot \cos \angle AO_2O_1$$

$$6 = 4 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \angle AO_2O_1$$

$$\Rightarrow \cos \angle AO_2O_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \angle AO_2O_1 = 30^\circ$$

$\Rightarrow \angle AO_2B = 60^\circ$ Аналогично находим угол $\angle AO_1B$.

$$O_2A^2 = O_1A^2 + O_1O_2^2 - 2O_1A \cdot O_1O_2 \cdot \cos \angle AO_1O_2 \Rightarrow 3 = 1 + 4 - 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot \cos \angle AO_1O_2 \Rightarrow 2 = 4 \cos \angle AO_1O_2$$

$$\Rightarrow \cos \angle AO_1O_2 = 0.5 \Rightarrow \angle AO_1O_2 = 60^\circ \Rightarrow \angle AO_1B = 120^\circ$$

Найдем площади секторов, ограниченных радиусами. Для окружности с центром O_1

$$S_{\text{сект}1} = S_{\text{круга}} \cdot \frac{120}{360} = \pi R^2 \cdot \frac{1}{3} = \frac{\pi}{3} \quad \text{Для круга с центром } O_2 \quad S_{\text{сект}2} = \pi R^2 \cdot \frac{60}{360} = \frac{\pi}{2}$$

Найдем площади треугольников:

$$S(\triangle ABO_1) = 0.5 \cdot AO_1^2 \cdot \sin \angle AO_1B = 0.5 \cdot \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4} \Rightarrow \text{Площадь сегмента круга с центром } O_1 =$$

$$S_{\text{сегм}1} = S_{\text{сект}1} - S(\triangle ABO_1) = \frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$S(\triangle ABO_2) = 0.5 \cdot AO_2^2 \cdot \sin \angle AO_2B = 0.5 \cdot 3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{4} \Rightarrow \text{Площадь сегмента круга с центром } O_2 =$$

$$S_{\text{сегм}2} = S_{\text{сект}2} - S(\triangle ABO_2) = \frac{\pi}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{4}$$

$$S_{\text{фигуры}} = S_{\text{сегм}1} + S_{\text{сегм}2} = \frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\pi}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{4} = \frac{5\pi}{6} - \sqrt{3}$$