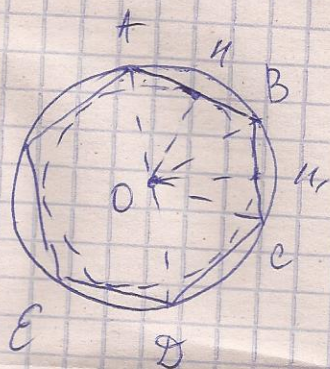


S - площадь правильного многоугольника

a_n - сторона многоугольника

r - радиус вписанной окружности

R - радиус описанной окружности



$$S = \frac{1}{2} p \cdot r$$

Соединим центр данного многоугольника с его вершинами, он разобьется на n треугольников, площадь любого из них равна $\frac{1}{2} a_n \cdot r$, значит

$$S = n \cdot \frac{1}{2} \cdot a_n \cdot r = \frac{1}{2} (n \cdot a_n) \cdot r = \frac{1}{2} p \cdot r$$

В треугольнике $\triangle AOB$

$$\angle A = \frac{2\pi}{2} = \frac{n-2}{2n} \cdot 180^\circ = 90^\circ - \frac{180^\circ}{n}, \text{ значит}$$

$$a_n = 2 \cdot AB = 2R \cos\left(90^\circ - \frac{180^\circ}{n}\right) = 2R \sin \frac{180^\circ}{n}$$

(n - количество сторон правильного многоугольника)

$$a_n = 2R \sin \frac{180^\circ}{n}$$