



**1. Доказать тождество:**

$$\frac{2 \sin 2\alpha + \sin 4\alpha}{2(\cos \alpha + \cos 3\alpha)} = \operatorname{tg} 2\alpha \cdot \cos \alpha$$

**2. Решить уравнение:**

$$\sin x + 2 \cos 2x = \frac{3}{2}$$

**3. Решить неравенство:**

$$\log_{x-3}(x^2 - 4x + 3) \geq 1$$

**4. Решить уравнение:**

$$3^{2x^2-6x+3} + 6^{x^2-3x+1} = 2^{2x^2-6x+3}$$

**5. Решить неравенство:**

$$3^{x+1} + 3^{x+2} + 3^{x+3} > 4^x + 4^{x+1}$$

**6. Решить уравнение:**

$$\frac{1}{\log_x 4} + \frac{1}{\log_{\sqrt{x}} 4} + \frac{1}{\log_{\sqrt[3]{x}} 4} = 11$$

**7. Решить неравенство:**

$$\sqrt{x^2 + 5x + 4} > x + 2$$

**8. Решить неравенство:**

$$\frac{\log_x^2(4-x)}{(x-2)(x-3)} \geq 0$$

**9. При каких значениях параметра  $p$  уравнение**

$$p \cdot 2^x + 2^{-x} = 5$$

**имеет единственное решение?**

**10. Исследовать функцию с помощью производной и построить ее график:**

$$y = -\frac{x^3}{3} + 2x^2 + 5x$$