1. Упростите выражение:
а) $\cos(\alpha-\beta)-2\sin\alpha\sin\beta$, если $\alpha+\beta=\pi$;

Применяем формулу косинуса разности аргументов

$$\cos(\alpha-\beta)-2\sin\alpha\sin\beta=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta-2\sin\alpha\sin\beta=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$$

Получили правую часть формулы косинуса суммы аргументов. Значит

$$\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta=\cos(\alpha+\beta)=\cos\pi=-1$$

Ответ: -1

б) $\cos^2\alpha-\dfrac{\cos(\pi-\alpha)\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-\alpha\right)}{\operatorname{ctg}(\pi+\alpha)\operatorname{tg}\left(\dfrac{3\pi}{2}-\alpha\right)}$, $\alpha\neq\dfrac{\pi n}{2}$, $n\in Z$.

Используем формулы приведения

$$cos^2\alpha-\frac{\cos(\pi-\alpha)\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)}{ctg\,(\pi-\alpha)tg\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)}=cos^2\alpha-\frac{-\cos\alpha\cos\alpha}{-ctg\,\alpha\;ctg\,\alpha}=cos^2\alpha-\frac{\cos^2\alpha}{ctg^2\,\alpha}=cos^2\alpha-\frac{\cos^2\alpha}{cos^2\,\alpha/_{\sin^2\alpha}}$$

По условию $\cos\alpha\neq\cos\frac{\pi n}{2}\implies\cos\alpha\neq0$. Поэтому можно сократить на $\cos^2\alpha$

$$cos^2\alpha-\frac{\cos^2\alpha}{cos^2\,\alpha/_{\sin^2\alpha}}=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=\cos2\alpha$$

Ответ: $\cos 2\alpha$

2. Вычислите $(\sin68°+\cos38°)^2+(\sin38°-\cos68°)^2$.

$$\begin{aligned}(\sin68^0+\cos38^0)^2+(\sin38^0-\cos68^0)^2&=\\&=\sin^2 68^0+2\sin68^0\cos38^0+\cos^2 38^0+\sin^2 38^0-2\sin38^0\cos68^0+\cos^2 68^0=\\&=(\sin^2 68^0+\cos^2 68^0)+(\cos^2 38^0+\sin^2 38^0)+2\sin68^0\cos38^0-2\sin38^0\cos68^0=\\&=2+2(\sin68^0\cos38^0-\sin38^0\cos68^0)=2+2\sin(68^0-38^0)=\\&=2+2\sin(30^0)=2+2\cdot\frac{1}{2}=3\end{aligned}$$

Ответ: 3

3. Известно, что $\cos\alpha=-\dfrac{5}{13}$, $\pi<\alpha<\dfrac{3\pi}{2}$.

Угол принадлежит 3-й четверти. Здесь синус и косинус принимают отрицательные значения.

Вычислите: а) $\sin\alpha$;

Выражаем синус через косинус, используя основное тригонометрическое тождество

$$\sin\alpha=-\sqrt{1-cos^2\alpha}=-\sqrt{1-\left(-\frac{5}{13}\right)^2}=-\frac{12}{13}$$

б) $\sin2\alpha$;

Используем формулу двойного угла

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha = 2\cdot\left(-\frac{12}{13}\right)\cdot\left(-\frac{5}{13}\right) = \frac{120}{169}$$

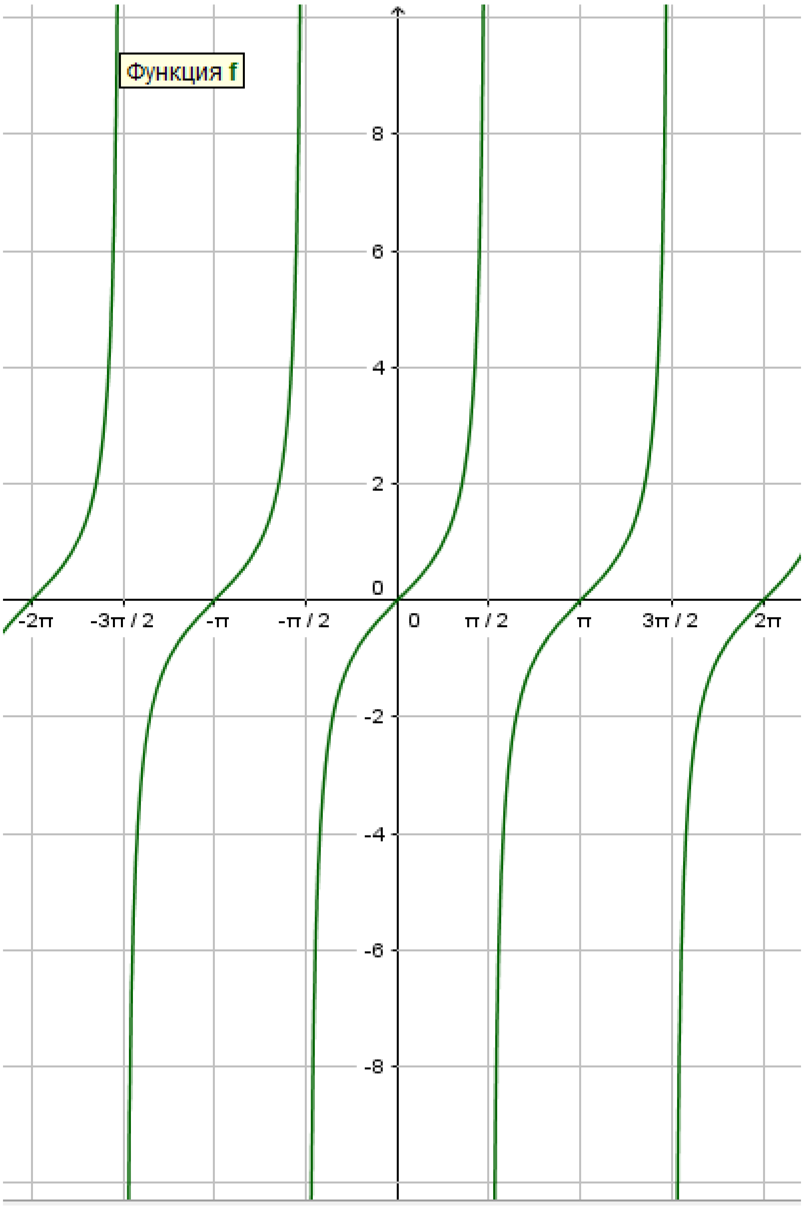
в) $\cos 2\alpha$.

$$\cos 2\alpha = cos^2\alpha - \ sin^2\alpha = \left(-\frac{5}{13}\right)^2 - \left(-\frac{12}{13}\right)^2 = \frac{25}{169} - \frac{144}{169} = -\frac{119}{169}$$

4. Постройте график функции

$$y = \frac{\sin 3x\cos 2x - \sin 2x\cos 3x}{\cos 3x\cos 2x + \sin 3x\sin 2x}.$$

$$y = \frac{\sin 3x\cos 2x - \sin 2x\cos 3x}{\cos 3x\cos 2x + \sin 3x\sin 2x} = \frac{\sin(3x-2x)}{\cos(3x-2x)} = tg\ x$$



5*. Вычислите $2\cos 37^\circ\cos 23^\circ - \sin 76^\circ$.

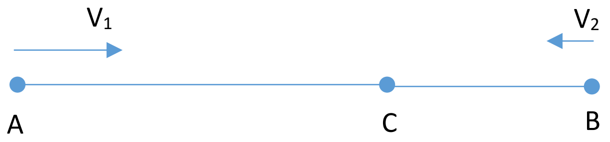
$$2\cos 37^0\cos 23^0 - \sin 76^0 = 2\cdot\frac{\cos(37^0-23^0)+\cos(37^0+23^0)}{2} - \sin(90^0-14^0)$$
$$= \cos 14^0 + \cos 60^0 - \cos 14^0 = \cos 60^0 = 0.5$$

6*. Докажите справедливость равенства

$$\cos\frac{\pi}{7}\cos\frac{2\pi}{7}\cos\frac{4\pi}{7}=-\frac{1}{8}.$$

Не решил.

7*. Велосипедист и мотоциклист одновременно отправились навстречу друг другу из городов A и B. После встречи мотоциклист прибыл в город B через 1 ч, а велосипедист прибыл в город A через 9 ч. Во сколько раз скорость мотоциклиста больше скорости велосипедиста?



Дано:

$t_1=9$

$t_2=1$

Найти: V_2/V_1

Решение.

C – точка встречи. Пусть они доехали до нее за время t. Тогда

$AC=V_1t$

$CB=V_2t$

Согласно условию

$AC=V_2t_2=V_2$

$CB=V_1t_1=9V_1$

Подставляем ранее полученные выражения

$V_1t=V_2$

$V_2t=9V_1$

Разделим первое выражение на второе

$$\frac{V_1t}{V_2t}=\frac{V_2}{9V_1}$$

$$\frac{V_2}{V_1}=\frac{9V_1}{V_2}$$

$$\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^2=9$$

$$\frac{V_2}{V_1}=3$$

Ответ: 3