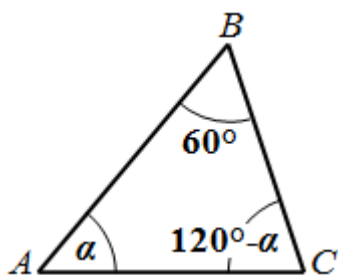


Основание треугольника равно 7 см угол при вершине равен 60° , сумма боковых сторон равна 13 см найдите боковые стороны.



$AC = 7$ см, $AB + BC = 13$ см, $\angle B = 60^\circ$.

Пусть $AB = x$, $\angle A = \alpha$. Тогда $BC = 13 - x$, $\angle C = 120^\circ - \alpha$.

По теореме синусов: $\frac{AB}{\sin C} = \frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B}$, отсюда:

$$\begin{cases} \frac{x}{\sin(120^\circ - \alpha)} = \frac{7}{\sin 60^\circ} \\ \frac{13 - x}{\sin \alpha} = \frac{7}{\sin 60^\circ} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \sin 60^\circ = 7 \sin(120^\circ - \alpha) \\ 13 \sin 60^\circ - x \sin 60^\circ = 7 \sin \alpha \end{cases}$$

Складывая уравнения последней системы, получим:

$$13 \sin 60^\circ = 7 \sin 120^\circ \cdot \cos \alpha - 7 \cos 120^\circ \cdot \sin \alpha + 7 \sin \alpha;$$

$$\frac{13\sqrt{3}}{2} - \frac{7}{2} \sin \alpha - 7 \sin \alpha = \frac{7\sqrt{3}}{2} \cos \alpha \Leftrightarrow 13\sqrt{3} - 21 \sin \alpha = 7\sqrt{3} \cos \alpha;$$

Последнее уравнение возведём в квадрат:

$$507 - 546\sqrt{3} \sin \alpha + 441 \sin^2 \alpha = 147 \cos^2 \alpha;$$

$$507 - 546\sqrt{3} \sin \alpha + 441 \sin^2 \alpha = 147 - 147 \sin^2 \alpha;$$

$$588 \sin^2 \alpha - 546\sqrt{3} \sin \alpha + 360 = 0 \Leftrightarrow 98 \sin^2 \alpha - 91\sqrt{3} \sin \alpha + 60 = 0.$$

Сделаем замену $y = \sin \alpha$: $98y^2 - 91\sqrt{3}y + 60 = 0$

$$D = 91^2 \cdot 3 - 4 \cdot 98 \cdot 60 = 13^2 \cdot 7^2 \cdot 3 - 8 \cdot 7^2 \cdot 60 = 7^2 \cdot (507 - 480) = 7^2 \cdot 3^2 \cdot 3;$$

$$\sqrt{D} = 21\sqrt{3}; y = \frac{91\sqrt{3} \pm 21\sqrt{3}}{4 \cdot 49} = \frac{(13 \pm 3)\sqrt{3}}{28}; y_1 = \frac{5\sqrt{3}}{14}, y_2 = \frac{4\sqrt{3}}{7}.$$

$$\text{Итак, } \sin \alpha_1 = \frac{5\sqrt{3}}{14}; \sin \alpha_2 = \frac{4\sqrt{3}}{7}.$$

В уравнение $13 \sin 60^\circ - x \sin 60^\circ = 7 \sin \alpha \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} x = \frac{13\sqrt{3}}{2} - 7 \sin \alpha$ подставим

$$\sin \alpha_1 = \frac{5\sqrt{3}}{14}: \frac{\sqrt{3}}{2} x = \frac{13\sqrt{3}}{2} - 7 \cdot \frac{5\sqrt{3}}{14} \Leftrightarrow \frac{1}{2} x = \frac{13}{2} - \frac{5}{2} \Leftrightarrow x = 8.$$

В это же уравнение подставим $\sin \alpha_2 = \frac{4\sqrt{3}}{7}$:

$$\frac{\sqrt{3}}{2} x = \frac{13\sqrt{3}}{2} - 7 \cdot \frac{4\sqrt{3}}{7} \Leftrightarrow \frac{1}{2} x = \frac{13}{2} - 4 \Leftrightarrow x = 5.$$

Боковые стороны: $AB = 8$ см, $BC = 5$ см (или наоборот).