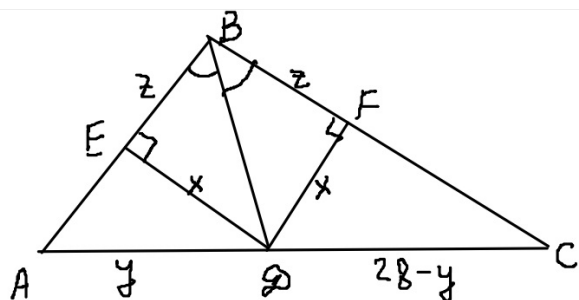




Дано: BD - биссектриса

$AE = 5 \text{ cm}$, $CF = 9 \text{ cm}$, $AC = 28 \text{ cm}$

$DE \perp AB$, $DF \perp BC$

$AB = ?$ $BC = ?$

$\triangle AED$ и $\triangle CFD$ прямоугольные. Тогда по т. Пифагора

$$AD^2 = AE^2 + ED^2 \quad (1) \quad DC^2 = DF^2 + FC^2 \quad (2)$$

DE и DF - расстояния от точки биссектрисы до сторон угла $\angle ABC \Rightarrow DE = DF = x$, $AD = y \Rightarrow DC = 28 - y$

Перепишем (1) и (2) и решим систему уравнений.

$$y^2 = 25 + x^2 \quad \text{и} \quad (28 - y)^2 = 81 + x^2 \Rightarrow 56 = 28^2 - 56y \Rightarrow y = 13$$

Итак $AD = 13 \Rightarrow DC = 15$.

$\triangle EBD = \triangle FBD$ (по катету и гипотенузе) $\Rightarrow EB = BF = z$

Тогда по теореме о биссектрисе треугольника: $\frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DC}$

$$\frac{5+z}{13} = \frac{9+z}{15} \Rightarrow 15 \cdot 5 + 15z = 9 \cdot 13 + 13z \Rightarrow 2z = 117 - 75 \Rightarrow z = 21$$

$$\Rightarrow AB = 21 + 5 = 26 \text{ cm} \quad BC = 21 + 9 = 30 \text{ cm}$$