

СТВО: $\frac{4^{x-1}}{5^x - 4^x} - \frac{5^x}{2 \cdot 5^x + 4^{x+1}} \geq 0.$

$$\frac{4^{x-1}}{5^x - 4^x} - \frac{5^x}{2 \cdot 5^x + 4^{x+1}} \geq 0, \quad \frac{\frac{4^x}{4^1}}{5^x - 4^x} - \frac{5^x}{2 \cdot 5^x + 4^x \cdot 4^1} \geq 0,$$

$$\frac{4^x}{4 \cdot (5^x - 4^x)} - \frac{5^x}{2 \cdot 5^x + 4 \cdot 4^x} \geq 0,$$

Каждое слагаемое числителя и знаменателя разделим на $5^x \neq 0$ (можно делить и на $4^x \neq 0$), получим:

$$\frac{\frac{4^x}{5^x}}{4 \cdot \left(\frac{5^x}{5^x} - \frac{4^x}{5^x} \right)} - \frac{\frac{5^x}{5^x}}{2 \cdot \frac{5^x}{5^x} + 4 \cdot \frac{4^x}{5^x}} \geq 0, \quad \frac{\left(\frac{4}{5} \right)^x}{4 \cdot \left(1 - \left(\frac{4}{5} \right)^x \right)} - \frac{1}{2 \cdot 1 + 4 \cdot \left(\frac{4}{5} \right)^x} \geq 0,$$

Замена переменной, $\left(\frac{4}{5} \right)^x = y, y > 0$

$$\frac{y}{4 \cdot (1 - y)} - \frac{1}{2 + 4 \cdot y} \geq 0, \quad \frac{y^{(1+2y)}}{4 \cdot (1 - y)} - \frac{1^{(2 \cdot (1-y))}}{2 \cdot (1 + 2y)} \geq 0,$$

$$\frac{y + 2y^2 - 2 + 2y}{4 \cdot (1 - y) \cdot (1 + 2y)} \geq 0, \quad \frac{2y^2 + 3y - 2}{4 \cdot (1 - y) \cdot (1 + 2y)} \geq 0,$$

Метод интервалов:

$$1. \quad \frac{2y^2 + 3y - 2}{4 \cdot (1 - y) \cdot (1 + 2y)} = 0. \quad \begin{cases} 2y^2 + 3y - 2 = 0 \\ (1 - y) \cdot (1 + 2y) \neq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} y_1 = -2, y_2 = \frac{1}{2} \\ y \neq 1, y \neq -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$2. \quad - - - - [-2] + + + + \left(-\frac{1}{2} \right) - - - - \left[\frac{1}{2} \right] + + + + (1) - - - - \succ y$$

$$3. \quad y \in \left[\frac{1}{2}; 1 \right)$$

Обратная замена:

$$1. \quad y \geq \frac{1}{2}, \quad \left(\frac{4}{5}\right)^x \geq \frac{1}{2}$$

Простейшее показательное неравенство, решаем логарифмированием обеих частей неравенства. (можно выбирать основание логарифма. Я привела примеры логарифмирования по основанию $(4/5)$, 10 и 2 . Вы выбираете, то которое Вам подходит).

а. Прологарифмируем обе части неравенства по основанию $(4/5)$.

Основание логарифма $a=(4/5)$, $0<(4/5)<1$, $\Rightarrow$ знак неравенства меняем

$$\log_{\frac{4}{5}} \left(\frac{4}{5}\right)^x \leq \log_{\frac{4}{5}} \frac{1}{2}, \quad x \cdot \log_{\frac{4}{5}} \frac{4}{5} \leq \log_{\frac{4}{5}} \frac{1}{2}, \quad x \cdot 1 \leq \log_{\frac{4}{5}} \frac{1}{2}$$

$$x \leq \log_{\frac{4}{5}} \frac{1}{2}$$

б. Прологарифмируем обе части неравенства по основанию 10 .

Основание логарифма $a=10$, $10>1$, $\Rightarrow$ знак неравенства не меняем

$$\log_{10} \left(\frac{4}{5}\right)^x \geq \log_{10} \frac{1}{2}, \quad x \cdot \log_{10} \frac{4}{5} \geq \log_{10} \frac{1}{2},$$

$$x \cdot (\lg 4 - \lg 5) \geq \lg 1 - \lg 2. \quad \lg 1 = 0, \quad \lg 4 = \lg 2^2 = 2 \cdot \lg 2$$

$$(\lg 4 - \lg 5) < 0$$

При делении на $(\lg 4 - \lg 5)$ знак неравенства меняем, получим:

$$x \leq \frac{-\lg 2}{2 \cdot \lg 2 - \lg 5}.$$

в. Прологарифмируем обе части неравенства по основанию 2 .

Основание логарифма $a=2$, $2>1$, $\Rightarrow$ знак неравенства не меняем

$$\log_2 \left(\frac{4}{5}\right)^x \geq \log_2 \frac{1}{2}, \quad x \cdot \log_2 \frac{4}{5} \geq \log_2 \frac{1}{2},$$

$$x \cdot (\log_2 4 - \log_2 5) \geq \log_2 1 - \log_2 2$$

$$\log_2 4 = 2 \quad \log_2 1 = 0, \quad \log_2 2 = 1$$

$$(\log_2 4 - \log_2 5) < 0$$

При делении на $(\log_2 4 - \log_2 5)$ знак неравенства меняем, получим:

$$x \leq \frac{-1}{2 - \log_2 5}.$$

$$2. \quad y < 1, \quad \left(\frac{4}{5}\right)^x < 1. \quad 1 = \left(\frac{4}{5}\right)^0. \quad \left(\frac{4}{5}\right)^x < \left(\frac{4}{5}\right)^0$$

Основание степени $a = (4/5)$, $0 < (4/5) < 1$, $\Rightarrow$ знак неравенства меняем
 $x > 0$

Ответ записываем в зависимости от основания логарифма:

а. по основанию $(4/5)$.

$$x \in \left(0; \log_{\frac{4}{5}} \frac{1}{2}\right]$$

б. по основанию 10:

$$x \in \left(0; \frac{-\lg 2}{2 \cdot \lg 2 - \lg 5}\right].$$

в. основанию 2.

$$x \in \left(0; \frac{-1}{2 - \log_2 5}\right].$$