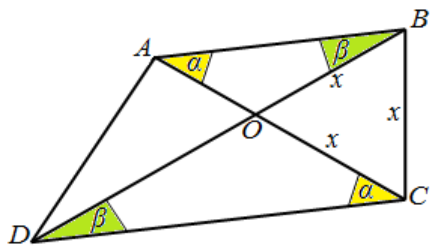


В трапеции $ABCD$ с основаниями AB и CD диагонали AC и BD пересекаются в точке O , причём треугольник BOC – равносторонний. Известно, что $AB=2,1$, $CD=3,5$. Найти длину стороны BC .



Дано: $AB \parallel CD$, $AB = 2,1$, $CD = 3,5$, $O = AC \cap BD$, $BO = BC = CO$.

Найти: BC .

Решение. Обозначим сторону треугольника BOC буквой x : $BO = BC = CO = x$.

$\angle BAC = \angle ACD = \alpha$ как накрест лежащие при параллельных AB и CD и секущей AC , $\angle ABD = \angle BDC = \beta$ как накрест лежащие при параллельных AB и CD и секущей BD . $\angle BOC = \frac{\pi}{3}$ как угол равностороннего треугольника BOC . Отсюда:

$$1) \alpha + \beta = \frac{\pi}{3}, \text{ т.к. } \angle BOC - \text{внешний угол треугольника } AOB, \text{ и } \beta = \frac{\pi}{3} - \alpha;$$

$$2) \angle AOB = \angle COD = \pi - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}.$$

Из треугольника AOB по теореме синусов: $\frac{BO}{\sin \alpha} = \frac{AB}{\sin \frac{2\pi}{3}} \Leftrightarrow BO = \frac{AB \cdot \sin \alpha}{\sin \frac{2\pi}{3}}$ или

$$x = \frac{2,1 \sin \alpha \cdot 2}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow x = \frac{4,2 \sin \alpha}{\sqrt{3}} \quad (1).$$

Из треугольника COD по теореме синусов:

$$\frac{CO}{\sin \beta} = \frac{CD}{\sin \frac{2\pi}{3}} \Leftrightarrow CO = \frac{AB \cdot \sin \left(\frac{\pi}{3} - \alpha \right)}{\sin \frac{2\pi}{3}} \text{ или}$$

$$x = \frac{3,5 \left(\sin \frac{\pi}{3} \cos \alpha - \cos \frac{\pi}{3} \sin \alpha \right) \cdot 2}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow x = \frac{7 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cos \alpha - \frac{1}{2} \sin \alpha \right)}{\sqrt{3}} \quad (2).$$

Из (1) и (2):

$$4,2 \sin \alpha = 3,5 \sqrt{3} \cos \alpha - 3,5 \sin \alpha \Leftrightarrow 7,7 \sin \alpha = 3,5 \sqrt{3} \cos \alpha \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{5\sqrt{3}}{11};$$

$$\frac{\sin \alpha}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}} = \frac{5\sqrt{3}}{11} \Rightarrow \frac{\sin^2 \alpha}{1 - \sin^2 \alpha} = \frac{75}{121} \Rightarrow 121 \sin^2 \alpha = 75 - 75 \sin^2 \alpha \Rightarrow 196 \sin^2 \alpha = 75;$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{75}{196} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{5\sqrt{3}}{14}.$$

$$BC = x = \frac{4,2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{5\sqrt{3}}{14} = \frac{21}{14} = 1,5.$$