**Задание** <https://znanija.com/task/34220003>.

**2) Решение системы линейных уравнений методом обратной матрицы.**

Даны: матрица А, матрица свободных членов В и матрица переменных Х.

**A** = 1 2 -1

 1 3 1

 2 -1 1

**B** = 3

 6

 4

**X** = x1

x2

x3

**A** · **X** = **B**

значит

**X** = **A**-1 · **B**

Найдем обратную матрицу методом алгебраических дополнений .

Найдем детерминант матрицы **А**:

[Воспользуемся формулой для вычисления определителя матрицы 3×3:](https://ru.onlinemschool.com/math/library/matrix/determinant/#h8)
det **A** = 1 2 -1

 1 3 1

 2 -1 1 = 1·3·1 + 2·1·2 + (-1)·1·(-1) - (-1)·3·2 - 1·1·(-1) - 2·1·1 =

 = 3 + 4 + 1 + 6 + 1 - 2 =  13.

det **A** = 13.

Определитель матрицы **А** отличен от нуля, следовательно обратная матрица

**A**-1 существует. Для вычисления обратной матрицы найдем дополнительные миноры и алгебраические дополнения матрицы **А.**

* Найдем минор M11 и алгебраическое дополнение A11.

В матрице **А** вычеркиваем строку 1 и столбец 1.

M11 = 3 1

 -1 1 =  3·1 - (-1)·1 = 3 + 1 = 4

A11 = (-1)1+1M11 = 4.

* Найдем минор M12 и алгебраическое дополнение A12.

В матрице **А** вычеркиваем строку 1 и столбец 2.

M12 = 1 1

 2 1 =  1·1 - 2·1 = 1 - 2 = -1

A12 = (-1)1+2M12 = 1.

* Найдем минор M13 и алгебраическое дополнение A13.

В матрице **А** вычеркиваем строку 1 и столбец 3.

M13 = 1 3

 2 -1 = 1·(-1) - 2·3 = -1 - 6 = -7

A13 = (-1)1+3M13 = -7.

* Найдем минор M21 и алгебраическое дополнение A21.

В матрице **А** вычеркиваем строку 2 и столбец 1.

M21 = 2 -1

 -1 1 =  2·1 - (-1)·(-1) = 2 - 1 = 1

A21 = (-1)2+1M21 = -1.

* Найдем минор M22 и алгебраическое дополнение A22.

В матрице **А** вычеркиваем строку 2 и столбец 2.

M22 = 1 -1

 2 1 =  1·1 - 2·(-1) = 1 + 2 = 3

A22 = (-1)2+2M22 = 3.

* Найдем минор M23 и алгебраическое дополнение A23.

В матрице **А** вычеркиваем строку 2 и столбец 3.

M23 = 1 2

 2 -1 =  1·(-1) - 2·2 = -1 - 4 = -5

A23 = (-1)2+3M23 = 5.

* Найдем минор M31 и алгебраическое дополнение A31.

В матрице **А** вычеркиваем строку 3 и столбец 1.

M31 = 2 -1

 3 1 = 2·1 - 3·(-1) = 2 + 3 = 5

A31 = (-1)3+1M31 = 5.

* Найдем минор M32 и алгебраическое дополнение A32.

В матрице **А** вычеркиваем строку 3 и столбец 2.

M32 = 1 -1

 1 1  = 1·1 - 1·(-1) = 1 + 1 = 2

A32 = (-1)3+2M32 = -2.

* Найдем минор M33 и алгебраическое дополнение A33.

В матрице **А** вычеркиваем строку 3 и столбец 3.

M33 = 1 2

 1 3 = 1·3 - 1·2 = 3 - 2 = 1

A33 = (-1)3+3M33 = 1.

Выпишем союзную матрицу (матрицу алгебраических дополнений):

**C**\* = 4 1 -7

 -1 3 5

 5 -2 1

Транспонированная союзная матрица:

**C**\*T = 4 -1 5

 1 3 -2

 -7 5 1

Найдем обратную матрицу:

$$A^{-1}=\frac{C^{\*T}}{detA}=\left(\begin{matrix}\frac{4}{13}&\frac{-1}{13}&\frac{5}{13}\\\frac{1}{13}&\frac{3}{13}&\frac{-2}{13}\\\frac{-7}{13}&\frac{5}{13}&\frac{1}{13}\end{matrix}\right)$$

Найдем решение:

**X** = **A**-1·**B** = $\left(\begin{matrix}\frac{4}{13}&\frac{-1}{13}&\frac{5}{13}\\\frac{1}{13}&\frac{3}{13}&\frac{-2}{13}\\\frac{-7}{13}&\frac{5}{13}&\frac{1}{13}\end{matrix}\right)$·$\left(\begin{matrix}3\\6\\4\end{matrix}\right)$ = $\left(\begin{matrix}\frac{4}{13}\*3&\frac{-1}{13}\*6&\frac{5}{13}\*4\\\frac{1}{13}\*3&\frac{3}{13}\*6&\frac{-2}{13}\*4\\\frac{-7}{13}\*3&\frac{5}{13}\*6&\frac{1}{13}\*4\end{matrix}\right)$=$\left(\begin{matrix}\frac{12}{13}-&\frac{6}{13}+&\frac{20}{13}\\\frac{3}{13}+&\frac{18}{13}-&\frac{8}{13}\\\frac{-21}{13}+&\frac{30}{13}+&\frac{4}{13}\end{matrix}\right)=\left(\begin{matrix}2\\1\\1\end{matrix}\right)$

**Ответ:**

**x1 = 2,**

**x2 = 1,**

**x3 = 1.**

**3) Решение системы линейных уравнений по формулам Крамера.**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|   | x2 | x3 | B |  |
| 1 | 2 | -1 | 3 | Δ = 1\*3\*1+2\*1\*2+(-1)\*1 |
| 1 | 3 | 1 | 6 | Определитель 13 |
| 2 | -1 | 1 | 4 |  |
| Заменяем 1-й столбец на вектор результатов B: |
| 3 | 2 | -1 |  |  |
| 6 | 3 | 1 |  | Определитель 26 |
| 4 | -1 | 1 |  |  |
| Заменяем 2-й столбец на вектор результатов B: |
| 1 | 3 | -1 |  |  |
| 1 | 6 | 1 |  | Определитель 13 |
| 2 | 4 | 1 |  |  |
| Заменяем 3-й столбец на вектор результатов B: |
| 1 | 2 | 3 |  |  |
| 1 | 3 | 6 |  | Определитель 13 |
| 2 | -1 | 4 |  |  |
| x1= | 26 / | 13 = | 2 |  |
| x2= | 13 / | 13 = | 1 |  |
| x3= | 13 / | 13 = | 1 |  |