

Дано:

эбонит

$$R_1 = 2 \text{ см} = 0,02 \text{ м}$$

$$R_2 = 4 \text{ см} = 0,04 \text{ м}$$

$$\sigma_1 = 10^{-3} \text{ мкКл/м}^2 = 10^{-9} \text{ Кл/м}^2$$

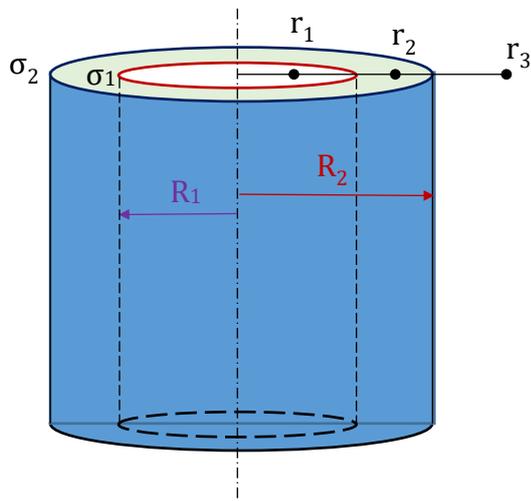
$$\sigma_2 = -5 \cdot 10^{-4} \text{ мкКл/м}^2 = -5 \cdot 10^{-10} \text{ Кл/м}^2$$

$$r_1 = 1 \text{ см} = 0,01 \text{ м}$$

$$r_2 = 3 \text{ см} = 0,03 \text{ м}$$

$$r_3 = 5 \text{ см} = 0,05 \text{ м}$$

Найти: E_1, E_2, E_3



Решение.

Теорема Остроградского-Гаусса:

$$\Phi_E = \oint_S E_n dS = \frac{1}{\epsilon \epsilon_0} \sum_i q_i$$

1) Представим коаксильный цилиндр радиуса r_1 .

Внутри этой поверхности зарядов нет. Следовательно

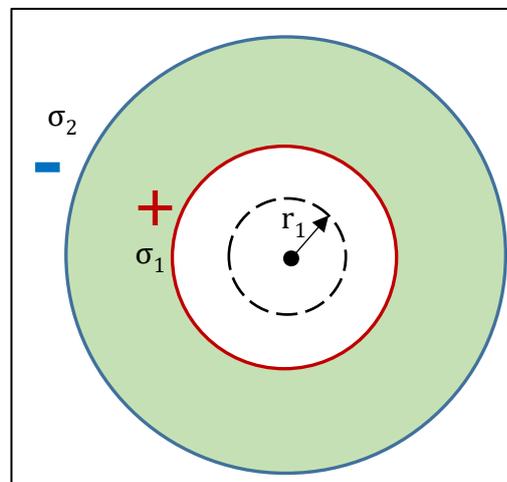
$$\sum_i q_i = 0$$

Тогда и ($E_1 = \text{const}$)

$$\oint_{S_1} E_1 dS = E_1 \oint_{S_1} dS = 0$$

Поскольку интеграл не равен нулю, следовательно нулю равен множитель E_1

$$E_1 = 0$$



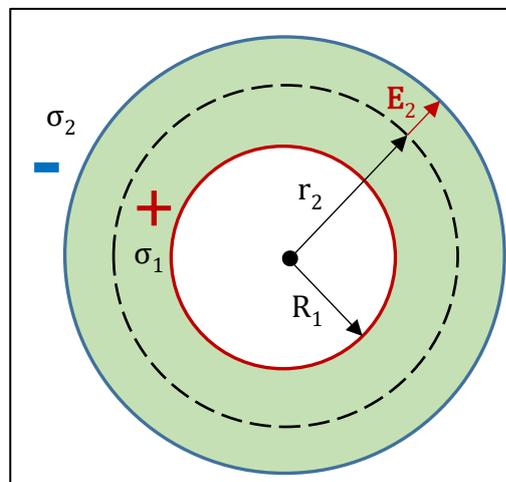
2) Представим коаксильный цилиндр радиуса r_2 и длиной h .

Внутри этой поверхности будут находиться заряды первой трубочки с поверхностной плотностью σ_1

$$\sum_i q_i = \sigma_1 \cdot S = \sigma_1 \cdot 2\pi R_1 h$$

Силовые линии поля пересекают только боковую поверхность цилиндра. Следовательно, поток вектора напряженности через эту замкнутую поверхность будет равен

$$\oint_{S_2} E_2 dS = E_2 S_{\text{бок}} = E_2 \cdot 2\pi r_2 h$$



Тогда

$$E_2 \cdot 2\pi r_2 h = \frac{\sigma_1 \cdot 2\pi R_1 h}{\varepsilon \varepsilon_0}; \quad E_2 = \frac{\sigma_1 R_1}{\varepsilon \varepsilon_0 r_2}$$

По справочнику:

электрическая постоянная $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м;

диэлектрическая проницаемость эбонита $\varepsilon = 2,6$

Вычисляем

$$E_2 = \frac{10^{-9} \cdot 0,02}{2,6 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,03} = 29 \text{ (В/м)}$$

3) Представим коаксильный цилиндр радиуса r_2 и длиной h .

Внутри этой поверхности будут находиться заряды первой трубочки с поверхностной плотностью σ_1 и второй с поверхностной плотностью σ_2

$$\sum_i q_i = \sigma_1 \cdot S_1 + \sigma_2 \cdot S_2 = \sigma_1 \cdot 2\pi R_1 h + \sigma_2 \cdot 2\pi R_2 h$$

Силые линии поля пересекают только боковую поверхность цилиндра. Следовательно, поток вектора напряженности через эту замкнутую поверхность будет равен

$$\oint_{S_3} E_3 dS = E_3 S_{\text{бок}} = E_3 \cdot 2\pi r_3 h$$

Тогда

$$E_3 \cdot 2\pi r_3 h = \frac{\sigma_1 \cdot 2\pi R_1 h + \sigma_2 \cdot 2\pi R_2 h}{\varepsilon \varepsilon_0}$$

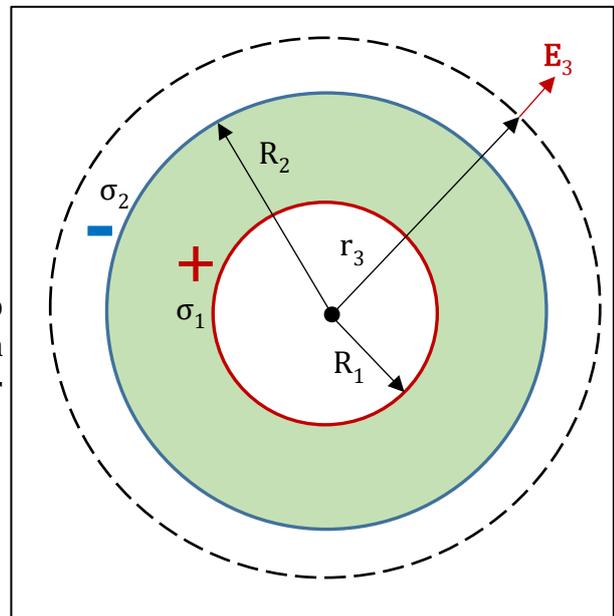
$$E_3 \cdot r_3 = \frac{\sigma_1 \cdot R_1 + \sigma_2 \cdot R_2}{\varepsilon \varepsilon_0}$$

$$E_3 = \frac{\sigma_1 \cdot R_1 + \sigma_2 \cdot R_2}{\varepsilon \varepsilon_0 r_3}$$

Вне трубочек находится вакуум: $\varepsilon = 1$

Вычисляем

$$E_3 = \frac{10^{-9} \cdot 0,02 - 5 \cdot 10^{-10} \cdot 0,04}{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,05} = 0$$



Строим график.

$$E = \begin{cases} 0 & 0 \leq r < R_1 \\ \frac{\sigma_1 R_1}{\varepsilon \varepsilon_0 r} & R_1 \leq r \leq R_2 \\ 0 & r > R_2 \end{cases}$$

$$r = R_1 \quad E = \frac{\sigma_1 R_1}{\varepsilon \varepsilon_0 R_1} = \frac{\sigma_1}{\varepsilon \varepsilon_0} = \frac{10^{-9}}{2,6 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} = 43 \text{ (В/м)}$$

$$r = R_2 \quad E = \frac{\sigma_1 R_1}{\varepsilon \varepsilon_0 R_2} = \frac{10^{-9} \cdot 0,02}{2,6 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,04} = 21,5 \text{ (В/м)}$$

