

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 17 \\ x + xy + y = 9 \end{cases}$$

произведём замену переменных

$$a = x + y; \quad b = xy$$

$$\begin{cases} a^2 - 2b = 17 \\ a + b = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2 - 2(9 - a) - 17 = 0 \\ b = 9 - a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2 + 2a - 35 = 0 \\ b = 9 - a \end{cases}$$

решаем вспомогательное уравнение

$$a^2 + 2a - 35 = 0$$

$$D = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-35) = 4 + 140 = 144$$

$$a_1 = \frac{-2 - 12}{2} = -7$$

$$a_2 = \frac{-2 + 12}{2} = 5$$

$$\begin{cases} a_1 = -7 \\ a_2 = 5 \\ b_1 = 9 - (-7) \\ b_2 = 9 - 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 = -7 \\ a_2 = 5 \\ b_1 = 16 \\ b_2 = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \begin{cases} x + y = -7 \\ xy = 16 \end{cases} \\ \begin{cases} x + y = 5 \\ xy = 4 \end{cases} \end{cases}$$

решение разбивается на два случая

1-й случай

$$\begin{cases} x + y = -7 \\ xy = 16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -7 - y \\ (-7 - y)y = 16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -7 - y \\ y^2 + 7y + 16 = 0 \end{cases}$$

решаем вспомогательное уравнение

$$y^2 + 7y + 16 = 0$$

$$D = 7^2 - 4 \cdot 1 \cdot 16 = 49 - 64 = -15$$

дискриминант отрицателен, нет решений

2-й случай

$$\begin{cases} x+y=5 \\ xy=4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=5-y \\ (5-y)y=4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=5-y \\ y^2-5y+4=0 \end{cases}$$

решаем вспомогательное уравнение

$$y^2 - 5y + 4 = 0$$

$$D = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 25 - 16 = 9$$

$$y_1 = \frac{5-3}{2} = 1$$

$$y_2 = \frac{5+3}{2} = 4$$

$$\begin{cases} y_1=1 \\ y_2=4 \\ x_1=5-1 \\ x_2=5-4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y_1=1 \\ y_2=4 \\ x_1=4 \\ x_2=1 \end{cases}$$

Ответ: $(y=1 \ x=4)$; $(y=4 \ x=1)$