



Дано:  $\angle ROS = 120^\circ$

$$C_{\text{врс}} = 8 \text{ см}$$

$$C_{\text{окр}}(K; KA) = ?$$

Найдем радиус большой окружности (с центром O и радиусом OA)

$$C_{\text{врс}} = \frac{2\pi R}{360^\circ} \cdot 120^\circ = \frac{2\pi R}{3} = 8$$

$$R = \frac{24}{2\pi} = \frac{12}{\pi} \text{ см} = OA$$

Заметим, что окружности с центрами K и O касаются внутренне, точки A (точка касания окружностей), K и O находятся на одной прямой. Проведем касательную PD в точке A до пересечения с продолжениями OR и OS соответственно в точках P и D. Имеем равнобедренный треугольник  $\triangle OPD$   $OP = OD$   $\angle POD = 120^\circ$  в котором  $OA = \frac{12}{\pi}$  одновременно высота, медиана и биссектриса.

$$\Rightarrow \angle POA = 60^\circ \Rightarrow \angle OPA = 30^\circ$$

(2)

$\Rightarrow PO = 2 \cdot AO = \frac{24}{\pi}$  (катет  $AO$ , лежащий напротив угла  $30^\circ$  в 2 раза меньше гипотенузы.)

$$PA = PO \cdot \cos \angle OPA = \frac{24}{\pi} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{12\sqrt{3}}{\pi}$$

$$\Rightarrow PD = 2 \cdot PA = \frac{24\sqrt{3}}{\pi}$$

Тогда площадь  $\Delta OPD$ :  $S_{\Delta OPD} = \frac{PD \cdot AO}{2} = \frac{24\sqrt{3} \cdot 12}{\pi \cdot 2 \cdot \pi}$

$$S_{\Delta OPD} = \frac{12^2 \cdot \sqrt{3}}{\pi^2} \quad (1) \text{ Со другой стороны}$$

$S_{\Delta OPD} = r \cdot \rho$  (где  $\rho$  - полупериметр  $\Delta OPD$ , а  $r$  - радиус вписанной окружности с центром  $K$ .)

$$\rho = \frac{PD + PO \cdot 2}{2} = \frac{12\sqrt{3}}{\pi} + \frac{12}{\pi} = \frac{12}{\pi} (\sqrt{3} + 1)$$

$$S_{\Delta OPD} = \frac{12}{\pi} (\sqrt{3} + 1) \cdot r \quad (2)$$

Приравняем (1) и (2)  $\Rightarrow$  получим  $r$

$$\frac{12^2 \cdot \sqrt{3}}{\pi^2} = \frac{12 (\sqrt{3} + 1) \cdot r}{\pi} \Rightarrow \frac{12 \cdot \sqrt{3}}{\pi} = \frac{(\sqrt{3} + 1) \cdot r}{1}$$

$$r = \frac{12 \cdot \sqrt{3}}{\pi (\sqrt{3} + 1)} \Rightarrow S_{\text{окр}} (K_1 KA) = 2\pi r =$$

$$= \frac{2\pi \cdot 12 \cdot \sqrt{3}}{\pi (\sqrt{3} + 1)} = \frac{24\sqrt{3}}{\sqrt{3} + 1}$$