

Дано:

R

$\angle AOB = \beta$

$\angle SCO = \alpha$

Найти: S_{ASB}

Решение:

Треугольник ASO прямоугольный.

$$\angle AOC = \frac{\angle AOB}{2} = \frac{\beta}{2}$$

По определению синуса

$$\frac{AC}{AO} = \sin \frac{\beta}{2}$$

$$AC = AO \sin \frac{\beta}{2} = R \sin \frac{\beta}{2}$$

$$AB = 2AC = 2R \sin \frac{\beta}{2}$$

По определению косинуса

$$\frac{OC}{AO} = \cos \frac{\beta}{2}$$

$$OC = AO \cos \frac{\beta}{2} = R \cos \frac{\beta}{2}$$

Треугольник SCO прямоугольный.

$$\angle SOC = \alpha$$

По определению косинуса

$$\frac{OC}{SC} = \cos \alpha$$

$$SC = \frac{OC}{\cos \alpha} = \frac{R \cos \frac{\beta}{2}}{\cos \alpha}$$

Находим площадь сечения по формуле площади треугольника

$$S_{ASB} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot SC = \frac{1}{2} \cdot 2R \sin \frac{\beta}{2} \cdot \frac{R \cos \frac{\beta}{2}}{\cos \alpha} = \frac{R^2 \cdot 2 \sin \frac{\beta}{2} \cos \frac{\beta}{2}}{4 \cos \alpha} = \frac{R^2 \sin \beta}{4 \cos \alpha}$$

Ответ: $\frac{R^2 \sin \beta}{4 \cos \alpha}$

