

<https://znaniya.com/task/26522341>

Найдите 1 космическую скорость Луны, примите за радиус 1760 км, а ускорение свободного падения $=1,6 \text{ м/с}^2$. Какова масса Луны?

Дано:

$$R_{\text{л}} = 1760 \text{ км} = 1,76 \cdot 10^6 \text{ м}$$

$$g_{\text{л}} = 1,6 \text{ м/с}^2$$

Найти:

$$M_{\text{л}}, v_1$$

Решение:

Будем считать, что вращение тела будет происходить на очень низкой орбите. Т. е. радиус орбиты приблизительно считаем равным радиусу Луны. Теперь можно выписать 2-й закон Ньютона для летящего по круговой орбите (а именно такая получается при 1й космической) тела.

$$F = ma \quad (1)$$

У нас сила, действующая на тело равна силе тяжести, а ускорение равно центростремительному при движении по кругу радиусом $R_{\text{л}}$ со скоростью равной 1-й космической.

$$mg = \frac{mv_1^2}{R} \quad (2)$$

Выражая скорость из (2) получаем:

$$v_1 = \sqrt{gR} \quad (3)$$

Подставляем числа

$$v_1 = \sqrt{1,6 \cdot 1,76 \cdot 10^6} = \sqrt{2,816 \cdot 10^6} = 10^3 \sqrt{28,16} \approx 1,68 \cdot 10^3 \left[\frac{\text{м}}{\text{с}} \right] = 1,68 \left[\frac{\text{км}}{\text{с}} \right]$$

Теперь как определить массу Луны. Согласно закону всемирного

тяготения, сила действующая на тело массой m у поверхности Луны

$$F = G \frac{m M_{\text{л}}}{R_{\text{л}}} \quad (4)$$

С другой стороны она равна.

$$F = m g \quad (5)$$

Приравниваем правые части (4) и (5).

$$m g = G \frac{m M_{\text{л}}}{R_{\text{л}}^2} \quad (6)$$

И выражаем массу Луны.

$$M_{\text{л}} = \frac{g R_{\text{л}}^2}{G} \quad (7)$$

Подставляя в (7) числа, получаем:

$$M_{\text{л}} = \frac{1,6 \cdot (1,76 \cdot 10^6)^2}{6,67 \cdot 10^{-11}} = \frac{1,6 \cdot 1,76^2 \cdot 10^{12}}{6,67 \cdot 10^{-11}} \approx 0,743 \cdot 10^{23} = 7,43 \cdot 10^{22} \text{ [кг]}$$

ОТВЕТ:

$$\text{1-я космическая скорость } v_1 \approx 1,68 \left[\frac{\text{км}}{\text{с}} \right]$$

Масса Луны, вычисленная по данным нашей задачи:

$$M_{\text{л}} \approx 7,43 \cdot 10^{22} \text{ [кг]}$$

что несколько отличается от данных Википедии. (Но порядок тот же)