

$$x^4 + 5x^3 + 4x^2 - 24x - 24 = 0$$

$$x^4 + 5x^3 + 10x^2 - 6x^2 - 24x - 24 = 0$$

$$x^4 + (5x^2)(x+2) - 6(x^2 + 4x + 4) = 0$$

$$x^4 + (5x^2)(x+2) - 6(x+2)^2 = 0$$

Произведем замену переменных.

$$\text{Пусть } A = x^2; B = x + 2$$

В результате .

$$A^2 + 5AB - 6B^2 = 0$$

$$A^2 - AB + 6AB - 6B^2 = 0$$

$$(A^2 - AB) + (6AB - 6B^2) = 0$$

$$(A - B)A + (A - B)(6B) = 0$$

$$(A - B)(A + 6B) = 0$$

$$(x^2 - (x + 2))(x^2 + 6(x + 2)) = 0$$

$$(x^2 - x - 2)(x^2 + 6(x + 2)) = 0$$

решение разбивается на отдельные случаи.

Случай 1 .

$$x^2 - x - 2 = 0$$

Находим дискриминант.

$$D = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2) = 9$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$x_1 = \frac{1-3}{2 \cdot 1} = -1; x_2 = \frac{1+3}{2 \cdot 1} = 2$$

Случай 2 .

$$x^2+6(x+2)=0$$

$$x^2+(6x+12)=0$$

$$x^2+6x+12=0$$

Находим дискриминант.

$$D=b^2-4ac=6^2-4\cdot 1\cdot 12=-12$$

Дискриминант отрицателен, значит уравнение не имеет корней.

ответ: $x=-1;x=2$.