

Двое рабочих одновременно начали выполнять два одинаковых заказа, состоящих из одинакового количества деталей.

Первый рабочий выполнял весь заказ равномерно, изготавливая определённое число деталей в день.

Второй сначала изготавливал на 9 деталей в день больше, чем делал первый рабочий, а когда выполнил половину заказа, то стал делать по 30 деталей в день, в результате чего закончил работу одновременно с первым.

Сколько деталей в день делал первый рабочий?

Примем за единицу работу каждого, а также время выполнения заказа. Пусть первый рабочий делал v деталей в день (д/д). Он работал равномерно, поэтому половину заказа составляют $\frac{v}{2}$ деталей.

Второй сначала делал $(v + 9)$ д/д (пусть он работал в таком режиме t дней), а затем 30 д/д, работая, соответственно, $1 - t$ дней:

$$\begin{cases} (v + 9) \cdot t = \frac{v}{2} \\ 30(1 - t) = \frac{v}{2} \end{cases}$$

Осталось решить систему:

$$\begin{cases} vt + 9t = \frac{v}{2} \\ 30 - 30t = \frac{v}{2} \end{cases}$$

Вычтем из первого уравнения второе:

$$vt + 39t - 30 = 0$$

$$vt + 39t = 30$$

$$t(v + 39) = 30$$

$$t = \frac{30}{v + 39}$$

Подставим во второе уравнение второй системы:

$$30 - 30 \cdot \frac{30}{v + 39} = \frac{v}{2}$$

$$30 - \frac{900}{v + 39} = \frac{v}{2}$$

$$30 - \frac{900}{v + 39} - \frac{v}{2} = 0$$

$$60 - \frac{1800}{v + 39} - v = 0$$

Сделаем замену $v + 39 = z$:

$$60 - \frac{1800}{z} - (z - 39) = 0$$

$$99 - z - \frac{1800}{z} = 0$$

$$99z - z^2 - 1800 = 0$$

$$z^2 - 99z + 1800 = 0$$

$$D = (-99)^2 - 4 \cdot 1800 = 2601$$

$$\sqrt{D} = 51$$

$$z_1 = \frac{99 + 51}{2} = 75$$

$$z_2 = \frac{99 - 51}{2} = 24$$

Вернёмся к исходной переменной.

Если $z = 75$, то $v = z - 39 = 75 - 39 = 36$.

Если $z = 24$, то $v = 24 - 39 = -15$ — не подходит по смыслу задачи.

Ответ: $v = 36$ д/д.