

По свойству плотности распределения

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = \int_0^2 Ax^2 dx = \frac{Ax^3}{3} \Big|_0^2 = \frac{8A}{3} = 1 \Leftrightarrow A = \frac{3}{8}.$$

Согласно определению функции распределения $F(x) = \int_{-\infty}^x f(x)dx =$

$$= \int_0^x \frac{3x^2}{8} dx = \frac{x^3}{8}, \quad 0 < x \leq 2$$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0; \\ \frac{x^3}{8}, & 0 < x \leq 2; \\ 1, & x > 2. \end{cases}$$

Математическое ожидание:

$$MX = \int_a^b xf(x)dx = \int_0^2 \frac{3x^3}{8} dx = \frac{3x^4}{32} \Big|_0^2 = \frac{3}{2}.$$

Дисперсия:

$$DX = \int_a^b x^2 f(x)dx - (MX)^2 = \int_0^2 \frac{3x^4}{8} dx - \frac{9}{4} = \frac{3}{20}.$$

Среднее квадратическое отклонение:

$$\sigma(X) = \sqrt{DX} = \sqrt{\frac{3}{20}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{5}}$$

Модой называют то возможное значение X , при котором плотность распределения имеет максимум.

$$y' = (3x^2/8)' = 3x/4 = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

Максимум на отрезке $[0; 2]$ будет в точке $x = 2$: $f(2) = 1,5$.

Медианой называют то возможное значение X , при котором ордината $f(x)$ делит пополам площадь, ограниченную кривой распределения.

$$\frac{x^3}{8} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{4}.$$

Вероятность того, что случайная величина X примет значение из интервала $[a, b]$ равна: $P(a < X < b) = F(b) - F(a)$:

$$P(1 < X < 5) = F(5) - F(1) = \frac{5^3}{8} - \frac{1^3}{8} = \frac{7}{8}$$