

Таблица точек

|  |  |
| --- | --- |
| **x** | **y** |
| -3.0 | 36 |
| -2.5 | 16.3 |
| -2.0 | 4 |
| -1.5 | -2.2 |
| -1.0 | -4 |
| -0.5 | -2.7 |
| 0 | 0 |
| 0.5 | 2.8 |
| 1.0 | 4 |
| 1.5 | 2.3 |
| 2.0 | -4 |
| 2.5 | -16.2 |
| 3.0 | -36 |

1. Область определения функции - вся числовая ось: D(f) = R.

2. Функция f (*x*) = непрерывна на всей области определения.

Область значений функции приведена в пункте 5.

3. Точка пересечения графика функции с осью координат Oy:

График пересекает ось Oy, когда x равняется 0: подставляем x=0 в
Результат: y=0. Точка: (0, 0)

4. Точки пересечения графика функции с осью координат Ox:

График функции пересекает ось Ox при y=0, значит, нам надо решить уравнение:

=

Решаем это уравнение и его корни будут точками пересечения с X:

1. = 0. Точка: (0; 0)
2. = √3. Точка: (√3; 0)
3. = -√3. Точка: (-√3; 0)

5. Экстремумы функции:

Для того, чтобы найти экстремумы, нужно решить уравнение y'=0 (производная равна нулю), и корни этого уравнения будут экстремумами данной функции:

Решаем это уравнение и его корни будут экстремумами:

 = 1. Точка: (1; 4)

 = -1. Точка: (-1, -4).

Получили 2 корня этого уравнения и это - точки, в которых возможен экстремум: х = 1 и х = -1.
Эти точки делят область определения функции на 3 промежутка

 ϵ (-∞; -1) U (-1; 1) U (1; +∞).

На промежутках находим знаки производной.

Находится производная, приравнивается к 0, найденные точки выставляются на числовой прямой; к ним добавляются те точки, в которых производная не определена (в данном примере их нет).

Где производная положительна - функция возрастает, где отрицательна - там убывает. Точки, в которых происходит смена знака и есть точки экстремума - где производная с плюса меняется на минус - точка максимума, а где с минуса на плюс - точки минимума.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x = | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
| y' = | -18 | 0 | 6 | 0 | -18 |

* Минимум функции в точке: х = -1, у = -4.
* Максимум функции в точке: х = 1, у = 4.
* Возрастает на промежутке: (-1; 1.
* Убывает на промежутках: (-∞; -1) U (1; ∞).

6. Точки перегибов графика функции:

Найдем точки перегибов для функции, для этого надо решить уравнение y''=0 - вторая производная равняется нулю, корни полученного уравнения будут точками перегибов указанного графика функции,

Решаем это уравнение и его корни будут точками, где у графика перегибы:

x=0. Точка: (0, 0).

7. Интервалы выпуклости, вогнутости:

Имеем 2 промежутка выпуклости функции: ϵ (-∞; 0) U (0; +∞).

Находим знаки второй производной на этих промежутках - где вторая производная меньше нуля, там график функции выпуклый, а где больше - вогнутый:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| x = | -1 | 0 | 1 |
| y'' = | 12 | 0 | -12 |

* Вогнутая на промежутках: (- ∞; 0) .
* Выпуклая на промежутках: (0; ∞).

8. Асимптоты.

Вертикальные асимптоты – нет.

Горизонтальные асимптоты графика функции:

Горизонтальную асимптоту найдем с помощью предела данной функции при x->+∞ и x->-∞. Соотвествующие пределы находим:

* lim -2x^3+6x, x->+∞ = -∞, значит, горизонтальной асимптоты справа не существует
* lim -2x^3+6x, x->-∞ = ∞, значит, горизонтальной асимптоты слева не существует

Наклонные асимптоты графика функции:

Наклонную асимптоту можно найти, подсчитав предел данной функции, деленной на x при x->+∞ и x->-∞. Находим пределы:

* lim -2x^3+6x/x, x->+∞ = -∞, значит, наклонной асимптоты справа не существует
* lim -2 x^3+6x/x, x->-∞ = ∞, значит, наклонной асимптоты слева не существует

9. Четность и нечетность функции:

Проверим функцию - четна или нечетна с помощью соотношений f(-x)=f(x) и f(-x)=-f(x). Итак, проверяем:

* -2(-x)^3+6(-x) = 2x^3 - 6x - Нет.
* -2(-x)^3+6(-x) = -(-2x^3 +6x) – Да, значит, функция является нечётной.