

ГЛАВА 6. УРАВНЕНИЯ КИНЕТИКИ РЕАКТОРА В ОДНОТОЧЕЧНОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

Одноточечное приближение на протяжении долгого периода времени является основой для изучения кинетики ядерных реакторов самого различного типа [13]. Основой этого приближения служит тезис о неизменности форм-функции реактора в течение происходящего в нем переходного нейтронного процесса. Для энергетических реакторов с АЗ, размеры которых большие (типа РБМК, ВВЭР), применение этого приближения ведет к значительным погрешностям при расчете отклика мощности реактора на возмущение реактивности. По этой причине с развитием вычислительной техники были созданы достаточно сложные численные модели пространственно-временной кинетики и динамики таких реакторов, основанные на приближенном представлении уравнения переноса. Напротив, для систем с компактными АЗ одноточечное приближение оказывается очень хорошим. Уравнения кинетики в одноточечном приближении имеют простой вид и допускают достаточно простые аналитические и численные решения, адекватно описывающие экспериментальные данные. По этой причине их применение для исследования кинетики и динамики импульсных ядерных реакторов вполне оправдано.

6.1. Нестационарные нейтронные процессы в реакторе вблизи критического состояния

Нестационарные процессы в импульсном реакторе, находящемся вблизи критического состояния, характеризуются распределением плотности потока нейтронов, которое со временем изменяется только по амплитуде, сохраняя пространственное, энергетическое и угловое распределение — форм-функцию. Наиболее просто это положение можно проиллюстрировать на примере

задачи об установлении асимптотического распределения плотности потока нейтронов в реакторе, находящемся вблизи состояния критичности. При этом для простоты целесообразно использовать односкоростное диффузионное приближение и не учитывать запаздывающие нейтроны. В этом приближении уравнение диффузии без независимого источника имеет вид [13]

$$\frac{1}{v} \frac{\partial \varphi(\vec{r}, t)}{\partial t} = D \Delta \varphi(\vec{r}, t) + (h - 1) \Sigma_t \varphi(\vec{r}, t), \quad (6.1.1)$$

$$\varphi(\vec{R}_s, t) = 0, \quad \varphi(\vec{r}, t = 0) = \varphi_0(\vec{r}),$$

где $\varphi_0(\vec{r})$, $\varphi(\vec{r}, t)$ — плотность потока нейтронов в начальный и текущий моменты времени; v — скорость нейтрона.

Решение задачи (6.1.1) можно найти с помощью представления плотности потока нейтронов $\varphi(\vec{r}, t)$ в виде разложения по собственным функциям $\varphi_j(\vec{r})$ задачи, аналогичной задаче (5.1.13)

$$\Delta \varphi_j(\vec{r}) + B_j^2 \varphi_j(\vec{r}) = 0, \quad \varphi_j(\vec{r}_s) = 0. \quad (6.1.2)$$

Пусть полный набор собственных функций — решений задачи (6.1.2) есть $\{\varphi_j(\vec{r}), j = 0, \dots, \infty\}$, соответствующие собственные значения равны B_j , $j = 0, \dots, \infty$. Следует отметить, что такие собственные функции ортогональны и образуют полный набор [39].

Решение задачи (6.1.1) можно представить в виде ряда

$$\varphi(\vec{r}, t) = \sum_j A_j(t) \varphi_j(\vec{r}), \quad (6.1.3)$$

где коэффициенты $A_j(t)$ находятся из уравнения

$$\dot{A}_j(t) + Dv(B_j^2 - B_{mat}^2)A_j(t) = 0, \quad (6.1.4)$$

$$A_j(0) = \frac{\int_V d\vec{r} \varphi_j(\vec{r}) \varphi_0(\vec{r})}{\int_V d\vec{r} \varphi_j^2(\vec{r})}, \quad B_{mat}^2 = \frac{h-1}{D} \Sigma_t, \quad j = 0, \dots, \infty.$$

Уравнение (6.1.4) выводится с помощью подстановки решения в виде (6.1.3) в уравнение (6.1.1) и его начальное условие,

умножения их на φ_j и интегрирования по экстраполированному объему реактора.

Решение уравнения (6.1.4) имеет вид

$$A_j(t) = A_j(0)e^{\alpha_j t}, \quad \alpha_j = Dv(B_{mat}^2 - B_j^2), \quad j = 0, \dots, \infty. \quad (6.1.5)$$

Таким образом, сумма (6.1.3) является суперпозицией частных решений вида $A_j(0)\varphi_j(\vec{r})e^{\alpha_j t}$. Согласно соотношениям (5.1.3), (5.1.9), (5.1.14) первое собственное значение задачи (6.1.2) можно представить как возмущенный материальный параметр, причем его возмущение обусловлено отличием состояния реактора от критического (отличием реактивности реактора от нуля). Поэтому можно записать приближенное равенство

$$B_0^2 \approx B_{mat}^2 - \frac{\partial(B_{mat}^2)}{\partial h} \frac{v\Sigma_f \rho}{\Sigma_t}$$

и, если система находится в состоянии близком к состоянию критичности, то первое собственное значение задачи (6.1.2) $B_0 \approx B_{mat}$. С учетом второй формулы (6.1.5) для первого значения временной постоянной можно найти следующее выражение:

$$\alpha = \alpha_0 = Dv(B_{mat}^2 - B_0^2) = Dv \frac{\partial(B_{mat}^2)}{\partial h} \frac{v\Sigma_f \rho}{\Sigma_t} \approx \Sigma_f v \rho. \quad (6.1.6)$$

Согласно формуле (6.1.6) знак величины α , максимальной среди α_j , $j = 0, \dots, \infty$, и соответствующей первому собственному значению задачи (6.1.2), совпадает со знаком реактивности реактора, следующие значения α_j , $j = 1, \dots, \infty$, — отрицательные, поскольку $B_j^2 > B_{mat}^2 \approx B_0^2$. Таким образом, при больших временах после затухания высших гармоник в сумме (6.1.3) остается асимптотическая часть, соответствующая максимальному среди α_j значению α . Величина α имеет смысл асимптотической постоянной времени разгона или затухания цепной реакции деления ядер в некритическом реакторе, а временная зависимость плотности потока нейтронов $\varphi(\vec{r}, t) \approx A_0(0)\varphi_0(\vec{r})e^{\alpha t}$ имеет экспоненциальный вид. Характер процесса деления топливных ядер определяется знаком реактивности ρ : для надкритического реактора имеет

место разгон, для подкритического реактора — затухание, для точно критического реактора — выход на стационарный режим. Величину $\tau = 1/|\alpha|$ называют асимптотическим периодом разгона или затухания реактора — это время, в течение которого плотность потока нейтронов в установившемся режиме изменяется в “е” раз.

Время установления асимптотического распределения плотности потока нейтронов τ_{tr} можно оценить из разности максимального и ближайшего к нему значений α и α_1

$$\tau_{tr} = \frac{1}{|\alpha - \alpha_1|} = \frac{1}{Dv(B_1^2 - B_0^2)}, \quad \alpha_1 = Dv(B_{mat}^2 - B_1^2). \quad (6.1.7)$$

В соответствии с результатами, полученными в параграфе 5.2, выражение для собственных чисел можно представить в виде $B_j^2 = \mu_j^2 / R_g^2$, где R_g — экстраполированный размер реактора; μ_j — соответствующий корень уравнения критичности, причем $\mu_0 < \mu_1 < \mu_2 < \dots$ (например, для шара $\mu_j = \pi(1 + j)$, $j = 0, \dots, \infty$). Следовательно, оценку времени установления основной гармоники можно представить в виде

$$\begin{aligned} \tau_{tr} &= \frac{1}{DvB_0^2} \frac{\mu_0^2}{\mu_1^2 - \mu_0^2} = \\ &= \frac{1}{(h-1)v\Sigma_t} \frac{\mu_0^2}{\mu_1^2 - \mu_0^2} \approx \frac{1}{[(v-1)\Sigma_f - \Sigma_c]v}. \end{aligned} \quad (6.1.8)$$

Для ИЯР с компактными АЗ значения ρ составляют около 1 % по порядку величины (несколько процентов для растворных реакторов и реакторов типа TRIGA и до нескольких десятых долей процента для ИЯР с топливом на основе металлического высокообогащенного урана). Для таких ИЯР величина h заметно превосходит единицу, так что значение разности $(h - 1)$ не мало. Поэтому по порядку величины время затухания высших гармоник $\tau_{tr} \approx (v\Sigma_f)^{-1}$ и гораздо меньше характерного времени изменения амплитуды основной гармоники τ . Следовательно, для реактора, находящегося вблизи критического состояния, при изучении нестационарных процессов, происходящих

за времена существенно больше τ_{tr} , можно учитывать только основную гармонику. Поэтому распределение плотности потока нейтронов в АЗ можно считать неизменным в течение переходного процесса и соответствующим распределению основной гармоники $\phi_0(\vec{r})$, которая практически совпадает с собственной функцией критического реактора. Этот вывод можно распространить на общую форму уравнения переноса и считать обоснованием так называемого одноточечного приближения, используемого при расчетах кинетики реактора [52].

Следует отметить, что оценка (6.1.8) содержит величину $(h-1)$ в знаменателе. Для компактных размножающих систем с большим количеством делящегося материала в АЗ справедливы по порядку величины оценки $(h-1) \sim 1$, $[(\nu-1)\Sigma_f - \Sigma_c] \sim \Sigma_t$, согласно которым $\tau_{tr} \ll \tau$. Для систем, слабо размножающих нейтроны и имеющих большие размеры, справедливы неравенства $(h-1) \ll 1$, $[(\nu-1)\Sigma_f - \Sigma_c] \ll \Sigma_t$. Поэтому для таких систем характерное время затухания высших гармоник τ_{tr} может быть сравнимым или превышать характерное время переходного процесса в реакторе τ . Следует подчеркнуть, что подобная картина наблюдается для больших слабо размножающих нейтроны систем, к которым относятся, например, большие энергетические реакторы на тепловых нейтронах. Таким образом, условием применимости одноточечного приближения являются небольшие размеры реактора, составляющие, как правило, небольшое число длин свободного пробега нейтронов.

6.2. Время жизни поколения мгновенных нейтронов

Развитие цепной реакции деления топливных ядер в надкритическом реакторе или ее спад в подкритическом реакторе определяется эффективным коэффициентом размножения и временем, в течение которого генерируется одно поколение мгновенных нейтронов. Последнюю величину можно определить как среднее время между первичным и вторичным делениями в реакторе с установившимся распределением плотности потока нейтронов. Эту величину традиционно в физике реакторов называют

временем жизни мгновенных нейтронов. Ее интуитивное определение как истинное время жизни мгновенных нейтронов деления в реакторе неверно. В различных литературных источниках понятие времени жизни мгновенных нейтронов трактуется различным образом, причем зачастую физический смысл этой величины теряется в достаточно сложных формулах. В компьютерных программах, основанных на методе Монте-Карло таких как ПРИЗМА-Д, MCNP и др., реализующих численное решение условно-критической задачи [17–19], в составе стандартного результата, получаемого при расчете эффективного коэффициента размножения выдаются различные величины также под условным названием времени жизни мгновенных нейтронов. Поэтому представляет интерес рассмотреть физический смысл этих величин подробнее.

Согласно соотношению (2.1.1) уравнение баланса мгновенных нейтронов в условно-критическом реакторе можно записать в виде

$$\frac{\nu_p}{K_p} \frac{N}{t_f} = \frac{N}{t_f} + \frac{N}{t_c} + \frac{N}{t_b} = \frac{N}{t_{\text{ж}}}. \quad (6.2.1)$$

Здесь N — число нейтронов в АЗ; $(t_f)^{-1}$, $(t_c)^{-1}$, $(t_b)^{-1}$ — вероятности в единицу времени участия нейтрона в реакциях деления, поглощения без деления и вылета из АЗ соответственно. Обратные величины t_f , t_c , t_b можно трактовать, как среднее время жизни нейтрона до деления, поглощения без деления и вылета из АЗ соответственно. Тогда $t_{\text{ж}}$ по своему физическому смыслу есть истинное время жизни одного мгновенного нейтрона деления до поглощения (в любой ядерной реакции) или вылета из АЗ, а $t_{\text{ген}} = t_f / \nu_p$ по физическому смыслу есть истинное время генерации одного мгновенного нейтрона деления в АЗ. Согласно соотношению (6.2.1) между истинным временем жизни $t_{\text{ж}}$ и истинным временем генерации одного мгновенного нейтрона $t_{\text{ген}}$ справедливо соотношение

$$K_p t_{\text{ген}} = t_{\text{ж}}. \quad (6.2.2)$$

В реакторных системах из ν_p мгновенных нейтронов, в среднем появляющихся при одном делении, лишь K_p нейтронов

вызывают следующие деления. Тем самым, средняя ценность мгновенных нейтронов деления равна K_p/ν_p . Таким образом, в балансе нейтронов между поколениями следует учитывать только нейтроны, участвующие в процессе деления топливных ядер. Смена поколений происходит через среднее время жизни мгновенных нейтронов одного поколения. Для выяснения физического смысла этой величины целесообразно рассмотреть баланс мгновенных нейтронов между поколениями в произвольный момент времени (в уравнениях (2.1.1) и (6.2.1) временной фактор не рассматривается).

Пусть в реакторе, состояние которого близко к критическому, развивается цепной процесс деления топливных ядер. Баланс мгновенных нейтронов между поколениями в таком процессе поддерживается нейтронами, которые появляются в результате делений и исчезают при захвате их ядрами топлива с последующим делением.

Пусть $P(t, t_1)$ — временное распределение вторичных делений в реакторе при условии, что первичное деление (в результате которого было испущено ν_p мгновенных нейтронов), распределенное по собственной функции, произошло в момент t . Тогда эффективный коэффициент размножения на мгновенных нейтронах равен

$$K_p(t) = \int_t^{\infty} dt_1 P(t, t_1). \quad (6.2.3)$$

Если отклонение реактора от состояния критичности во время переходного процесса остается малым, то его нейтронно-физические характеристики изменяются несущественно и временное распределение вторичных делений $P(t, t_1)$ можно представить в виде

$$P(t, t_1) = K_p(t) f_p(t_1 - t), \quad f_p(t_1 - t) = \frac{P(t, t_1)}{K_p(t)}, \quad (6.2.4)$$

где функция $f_p(\tau)$ нормирована на единицу и не зависит от текущего момента времени (момента первичного деления), оставаясь неизменной при малых изменениях эффективного коэффициента размножения $K_p(t)$ вблизи критического состояния реактора.

Число мгновенных нейтронов, генерируемых в единицу времени в момент t в результате деления топливных ядер с интенсив-

ностью $n(t)$, равно $\nu_p n(t)$. При отсутствии независимого источника нейтронов деление топливных ядер происходит под действием нейтронов предыдущих поколений, генерируемых также в результате деления топливных ядер в предшествующие моменты времени. Согласно этим рассуждениям и, следуя определениям (6.2.3), (6.2.4), можно сформулировать интегральное уравнение, связывающее интенсивность делений в текущий момент времени с интенсивностью делений в предыдущие моменты времени, в виде

$$\nu_p n(t) = \nu_p \int_{-\infty}^t dt_1 P(t_1, t) n(t_1) = \nu_p \int_0^{\infty} d\tau P(t - \tau, t) n(t - \tau). \quad (6.2.5)$$

С использованием соотношений (6.2.4) уравнение (6.2.5) можно преобразовать к виду

$$n(t) = \int_0^{\infty} d\tau K_p(t - \tau) f_p(\tau) n(t - \tau). \quad (6.2.6)$$

Пусть переходные процессы в реакторе происходят за времена, существенно большие времени затухания функции $f_p(t)$. В этом случае функцию $f_p(t)$ можно считать резкоизменяющейся по сравнению с $K_p(t)$, $n(t)$ и использовать разложение подынтегральных величин в уравнении (6.2.6) в ряд Тэйлора

$$\begin{aligned} K_p(t - \tau) n(t - \tau) &\approx K_p(t) n(t) - \tau \frac{d}{dt} [K_p(t) n(t)] \approx \\ &\approx K_p(t) n(t) - \tau K_p(t) \dot{n}(t). \end{aligned} \quad (6.2.7)$$

Подстановка разложения (6.2.7) в уравнение (6.2.6) дает

$$\Lambda_{\text{эф}} \dot{n}(t) = (K_p(t) - 1) n(t), \quad (6.2.8)$$

$$\Lambda_{\text{эф}} = K_p(t) \int_0^{\infty} d\tau \tau f_p(\tau) = K_p(t) \Lambda, \quad (6.2.9)$$

$$\Lambda = \int_0^{\infty} d\tau \tau f_p(\tau). \quad (6.2.10)$$

Величина $\Lambda_{\text{эф}}$, определяемая формулой (6.2.9), по своему физическому смыслу есть среднее суммарное время жизни мгновенных нейтронов одного поколения от деления до деления. Эту величину в физике реакторов принято называть эффективным временем жизни мгновенных нейтронов. Величина Λ , определяемая формулой (6.2.10), по физическому смыслу есть среднее время жизни одного мгновенного нейтрона от деления до деления. Эту величину в физике реакторов принято называть временем генерации мгновенных нейтронов.

Пусть в реакторе с эффективным коэффициентом размножения на мгновенных нейтронах $K_p > 0$ в момент времени $t = 0$ интенсивность делений распределена по собственной функции и равна n_0 . Решение уравнения (6.2.8) при начальном условии $n(t = 0) = n_0$ имеет вид

$$n(t) = n_0 e^{\frac{\Delta K_p}{K_p \Lambda} t}. \quad (6.2.11)$$

Согласно формуле (6.2.11) в момент времени t в одном поколении генерируется $N(t)$ нейтронов

$$\begin{aligned} N(t) &= v_p \int_t^{t+\Lambda_{\text{эф}}} dt n(t) = v_p n_0 e^{\frac{\Delta K_p}{\Lambda_{\text{эф}}} t} \frac{\Lambda_{\text{эф}}}{\Delta K_p} \left(e^{\frac{\Delta K_p}{\Lambda_{\text{эф}}} \Lambda_{\text{эф}}} - 1 \right) = \\ &= v_p n_0 \Lambda_{\text{эф}} e^{\frac{\Delta K_p}{\Lambda_{\text{эф}}} t}. \end{aligned} \quad (6.2.12)$$

С другой стороны, спустя J поколений мгновенных нейтронов, что соответствует моменту времени $t_J = J \Lambda_{\text{эф}}$, число мгновенных нейтронов равно

$$N(t_J) = N_0 (K_p)^J = N_0 e^{J \ln(K_p)} = N_0 e^{J \Delta K_p} = N_0 e^{\frac{\Delta K_p}{\Lambda_{\text{эф}}} t_J}. \quad (6.2.13)$$

Сравнение формул (6.2.12) и (6.2.13) с учетом того, что $N_0 = v_p \Lambda_{\text{эф}} n_0$, показывает, что величина $\Lambda_{\text{эф}}$ может рассматриваться в качестве эффективного времени жизни одного поколения мгновенных нейтронов.

Оценку величины Λ можно получить, если усреднить соответствующее время по всем траекториям нейтронов, которые начинаются и заканчиваются процессом деления

$$\Lambda = \langle L_f / v \rangle, \quad (6.2.14)$$

где v — скорость нейтрона; L_f — длина траектории нейтрона от деления до деления; угловые скобки обозначают усреднение по “историям” нейтронов, которые участвуют в реакции деления топливных ядер.

Размеры АЗ быстрых ИЯР невелики и составляют небольшое число средних длин свободного пробега нейтронов в топливном материале. Поэтому среднее значение величины L_f оказывается меньше величины среднего свободного пробега нейтронов до деления в бесконечной среде, которая равна обратному значению макроскопического сечения деления в топливном материале $(\Sigma_f)^{-1}$. Однако, если с определенной мерой погрешности принять $L_f \approx (\Sigma_f)^{-1}$, то можно получить простую формулу для оценки Λ по порядку величины

$$\Lambda = \langle L_f / v \rangle \approx \frac{1}{\langle \Sigma_f v \rangle}. \quad (6.2.15)$$

Согласно формуле (6.2.15) приближенное значение величины Λ определяется, главным образом, концентрацией топливных ядер в АЗ и энергией нейтронов, при поглощении которых происходит деление топливных ядер.

Энергетическая зависимость микроскопического сечения деления $\sigma_f(E)$ для ^{235}U может быть представлена в виде двух составляющих: плавной зависимости и наложенной на нее резонансной структуры (рис. 6.2.1). Плавная составляющая сечения зависит от энергии нейтронов, вызывающих деление топливных ядер, по закону

$$\sigma_f(E) = \sigma_{f0} \frac{v_0}{v} + \sigma_{f1}(E), \quad (6.2.16)$$

где $\sigma_{f0} \approx 580$ барн, $v_0 \approx 2200$ м/с, $\sigma_{f1}(E) \approx 1 - 10$ барн.

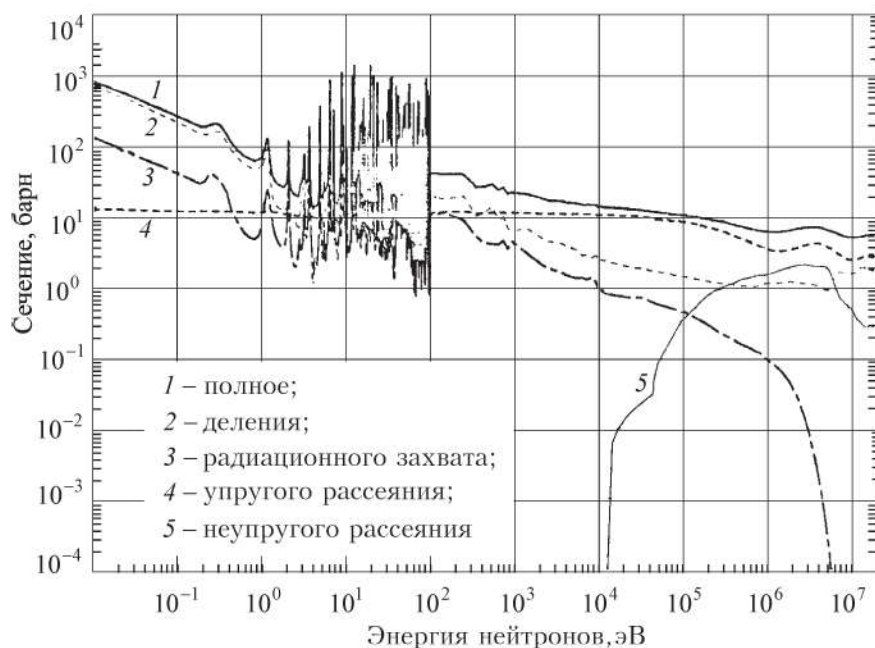


Рис. 6.2.1. Зависимость микроскопических сечений ^{235}U от энергии нейтронов [53]

Первое слагаемое обеспечивает плавную зависимость сечения в области энергий нейтронов от тепловых до примерно 100 эВ. Второе слагаемое σ_{f1} медленно уменьшается с ростом энергии нейтронов, принимая значения порядка 10 барн при $E \approx 100$ эВ и $\sigma_{f1} \approx 1$ барн при $E \approx 1$ МэВ. Резонансная структура сечения проявляется в области энергий нейтронов от 0,2 эВ до примерно 100 эВ. При энергии нейтронов в области 0,2–2 эВ наблюдаются отдельные хорошо разрешенные резонансы, в области энергий 10–100 эВ — трудно разрешимая резонансная структура (см. рис. 6.2.1).

Для реакторов различных типов характерные значения Λ могут различаться на порядки. Представляет интерес выполнить оценки Λ для наиболее распространенных ИЯР и сравнить их с экспериментальными данными. Для АЗ из металлического высокообогащенного урана типа БАРС характерен быстрый спектр нейтронов, вызывающих деление топливных

ядер, со средней энергией около 1,5 МэВ (скорость нейтронов $v \approx 1,7$ см/нс). Согласно данным справочника [30] для интервала энергий нейтронов 0,8–2,5 МэВ сечение деления $\sigma_f \approx 1,25$ барн. При средней плотности ^{235}U в АЗ (с учетом полостей, зазоров между деталями, ^{238}U , молибдена и конструкционных материалов) $\rho_{U5} \approx 12$ г/см³ оценка по формуле (6.2.15) дает $\Lambda \approx 15$ нс. В реальных конструкциях ИЯР с АЗ на основе высокообогащенного металлического урана эта величина составляет 0,8–2 нс. Например, для одной зоны реактора БАРС-5 величина $\Lambda \approx 12$ нс. Хорошее соответствие оценки экспериментальным данным можно объяснить слабой зависимостью микроскопического сечения деления в области энергий нейтронов 0,2–4 МэВ, где $\sigma_f \approx 1,15–1,28$ барн [30]. Поэтому время жизни мгновенных нейтронов до деления в ИЯР такого типа определяется в основном лишь плотностью делящегося материала в АЗ.

В реакторе с АЗ на основе раствора соли урана в воде основная доля делений обусловлена тепловыми нейтронами. Для реакторов такого типа характерен быстрый спектр нейтронов утечки, однако нейтроны, вызывающие деление топливных ядер, имеют энергию менее 100 эВ. Для ИЯР растворного типа и типа TRIGA величина Λ с высокой точностью изменяется по закону $\Lambda = \Lambda_0 (\rho_{U50}/\rho_{U5})$, где Λ_0 — время жизни мгновенных нейтронов до деления при плотности ^{235}U в АЗ равной ρ_{U50} ; ρ_{U5} — концентрация ^{235}U в АЗ. Для топлива реактора ИГРИК $\rho_{U5} \approx 0,1$ г/см³, и оценка по формуле (6.2.15) дает $\Lambda \approx 30$ мкс, измеренное значение — $\Lambda \approx 22$ мкс. Для реактора ЯГУАР $\rho_{U5} \approx 0,414$ г/см³, оценка по формуле (6.2.15) дает $\Lambda \approx 7,3$ мкс, эксперимент — 6,4 мкс. Расхождение между результатами оценки и экспериментальными данными невелико, его можно объяснить меньшей длиной траектории нейтронов в АЗ по сравнению с топливным материалом неограниченной протяженности, наличием резонансов в микроскопическом сечении деления ^{235}U в области энергий нейтронов 0,2–100 эВ и тем, что заметная доля делений вызывается нейтронами с энергиями далекими от тепловой области энергий, где сечение деления не следует закону $1/v$.

АЗ реактора ИГР состоит из смеси графита и высокообогащенного урана, на одно ядро урана приходится 10^4 ядер

углерода. Такой реактор характеризуется тепловым энергетическим спектром нейтронов, практически все деления вызываются тепловыми нейтронами. При средней плотности ^{235}U в АЗ равной $\rho_{U5} \approx 2,8 \cdot 10^{-3} \text{ г/см}^3$ оценка по формуле (6.2.15) дает $\Lambda \approx 1,1 \text{ мс}$. Измеренное значение $\Lambda = 1,07 \text{ мс}$. Расхождение между результатом оценки по формуле (6.2.15) и измеренным значением очень мало, так как практически все деления вызываются тепловыми нейтронами, а размеры АЗ велики.

В табл. 6.2.1 в качестве иллюстрации приведены результаты расчета различными способами эффективного времени жизни мгновенных нейтронов для АЗ в форме шара из ^{235}U плотностью $18,8 \text{ г/см}^3$ (АЗ с минимальной массой металлического ^{235}U). Расчеты проводились с использованием программ ПРИЗМА-ДК и ПРИЗМА-DL [18], в которых реализовано решение условно-критической задачи в виде

$$\begin{aligned} \bar{\Omega} \nabla \varphi_0 + \left[\Sigma_t(\vec{r}, \vec{v}) + \frac{\alpha}{v} \right] \varphi_0 = \int d\vec{v}_1 \Sigma_s(\vec{r}, \vec{v}_1 \rightarrow \vec{v}) \varphi_0(\vec{r}, \vec{v}_1) + \\ + \frac{\chi_p(\vec{v})}{K_p} \int d\vec{v}_1 v_p \Sigma_f(\vec{r}, \vec{v}_1) \varphi_0(\vec{r}, \vec{v}_1), \quad (6.2.17) \\ \varphi_0(\vec{r}_\Gamma, \vec{v}) = 0, \quad \vec{v} \vec{n}_\Gamma < 0. \end{aligned}$$

Таблица 6.2.1

**Среднее время жизни
поколения мгновенных нейтронов до деления**

$R_{\text{АЗ}},$ см	ПРИЗМА-ДК		ПРИЗМА-DL			$\Delta K_p / \alpha,$ нс	$\Lambda_{\text{эф}}, \text{нс}$ (6.2.15)
	K_p	$\Lambda_{\text{эф}}, \text{нс}$	$\alpha, \text{мкс}^{-1}$	K_p	$\Lambda_{\text{эф}}, \text{нс}$		
8,8	1,02732 (0,03 %)	5,62 (0,06 %)	5,578 (1,4 %)	1,00165 (0,04 %)	5,18 (0,1 %)	4,90 (5,18)	9,8
9,1	1,05567 (0,04 %)	5,97 (0,09 %)	10,87 (0,6 %)	0,99977 (0,03 %)	5,03 (0,1 %)	5,12 (5,03)	

Примечание: в скобках приведена среднеквадратичная погрешность величин (1σ) в процентах.

Решение задачи (6.2.17) при $\alpha = 0$ реализовано в программе ПРИЗМА-DK и дает значения K_p и $\Lambda_{\text{эф}}$. Решение задачи (6.2.17) при $K_p = 1$ реализовано в программе ПРИЗМА-DL и дает значения α и $\Lambda_{\text{эф}}$. В табл. 6.2.1 также приведены оценки $\Lambda_{\text{эф}}$ как отношения $\Delta K_p / \alpha$, вычисленного по рассчитанным значениям α и K_p , а также результаты оценки $\Lambda_{\text{эф}}$ по формуле (6.2.15). Различие результатов оценок $\Lambda_{\text{эф}}$ по программам ПРИЗМА-DK и ПРИЗМА-DL можно объяснить различием в собственных функциях, соответствующих задачам (6.2.17) при $\alpha = 0$ и $K_p = 1$. Отличие от оценки по формуле (6.2.15) можно объяснить малым размером АЗ.

6.3. Уравнения кинетики реактора в однотоочечном приближении

Согласно положениям, сформулированным в параграфе 6.1, при изучении нестационарных процессов в реакторе вблизи критического состояния, происходящих за времена существенно большие τ_{tr} , можно учитывать только основную гармонику. Такой подход позволяет исключить из рассмотрения пространственное, угловое и энергетическое распределение плотности потока нейтронов и перейти от нестационарного интегрально-дифференциального уравнения переноса нейтронов в шестимерном фазовом пространстве к системе обыкновенных дифференциальных уравнений с одной переменной — переменной времени. Эти уравнения называются однотоочечными уравнениями кинетики реактора, а соответствующее приближение называют однотоочечным приближением.

Для вывода уравнений кинетики в однотоочечном приближении следует рассмотреть нестационарные процессы размножения нейтронов в реакторе, состояние которого, оставаясь близким к состоянию критичности, может изменяться со временем. Эффективный коэффициент размножения такой системы мало отличается от единицы, его зависимость от времени считается известной и определяется из решения условно-критической задачи.

Вывод уравнений кинетики в однотоочечном приближении основан на предположении, что реактор можно характеризовать двумя интегральными параметрами — эффективным коэффициентом размножения мгновенных нейтронов K_p и средним

временем жизни мгновенных нейтронов от деления до деления Λ , которые за время жизни нейтронов одного поколения изменяются пренебрежимо мало. При учете запаздывающих нейтронов и при наличии в реакторе независимого источника нейтронов, по аналогии с уравнением (6.2.5) для интенсивности генерации мгновенных нейтронов в момент времени t можно записать следующее уравнение:

$$\nu_p n(t) = \int_{-\infty}^t dt_1 \left[P(t_1, t) \nu_p n(t_1) + \sum_m P_m(t_1, t) \lambda_m c_m(t_1) + P_s(t_1, t) S(t_1) \right]. \quad (6.3.1)$$

Здесь слагаемые в правой части уравнения обозначают компоненты скорости генерации мгновенных нейтронов, обусловленные различными источниками: первое — мгновенными нейтронами деления предыдущего поколения; второе — запаздывающими нейтронами; третье — нейтронами независимого источника; $\lambda_m c_m(t)$ — скорость распада ядер-предшественников запаздывающих нейтронов m -группы, при этом считается, что при распаде одного предшественника появляется один запаздывающий нейтрон; λ_m и $c_m(t)$ — постоянная распада и число предшественников запаздывающих нейтронов m -группы; $S(t)$ — интенсивность независимого источника нейтронов.

Функции $P_m(t_1, t)$ и $P_s(t_1, t)$ по аналогии с функцией $P(t_1, t)$ представляют временные распределения числа делений в реакторе, обусловленного ν_p запаздывающими нейтронами m -группы и ν_p нейтронами независимого источника соответственно. По аналогии с формулами (6.2.3), (6.2.4) эти распределения можно представить в виде

$$\begin{aligned} P_m(t, t_1) &= K_m(t) f_m(t_1 - t), \quad f_m(t_1 - t) = \frac{P_m(t, t_1)}{K_m(t)}, \\ K_m(t) &= \int_t^\infty dt_1 P_m(t, t_1), \\ P_s(t, t_1) &= K_s(t) f_s(t_1 - t), \quad f_s(t_1 - t) = \frac{P_s(t, t_1)}{K_s(t)}, \\ K_s(t) &= \int_t^\infty dt_1 P_s(t, t_1), \end{aligned} \quad (6.3.2)$$

где функции $f_m(\tau)$ и $f_s(\tau)$ нормированы на единицу и не зависят от текущего момента времени (момента генерирования первичных нейтронов), оставаясь неизменными при малых изменениях эффективного коэффициента размножения вблизи критического состояния реактора.

Пространственное, энергетическое и угловое распределение запаздывающих нейтронов можно принять таким же, как у мгновенных нейтронов, а имеющееся небольшое отличие учесть в групповых эффективных долях запаздывающих нейтронов $\beta_{эф\ m}$, $m = 1, \dots, 6$. В этом случае можно принять $K_m(t) = K_p(t)$, $m = 1, \dots, 6$, и в соответствии с уравнением (6.3.1) записать

$$\int_t^\infty dt_1 \left[P(t, t_1) + \sum_m P_m(t, t_1) \beta_{эф\ m} \right] = K_p(t) + K_p(t) \beta_{эф} = K(t). \quad (6.3.3)$$

Подстановка соотношений (6.2.4) и (6.3.2) в уравнение (6.3.1), а также учет соотношения (6.3.3) приводит к уравнению

$$\begin{aligned} n(t) = & \int_0^\infty d\tau K_p(t - \tau) f_p(\tau) n(t - \tau) + \\ & + \sum_{m=1}^6 \int_0^\infty d\tau K_m(t - \tau) f_m(\tau) \frac{\lambda_m c_m(t - \tau)}{v_p} + \int_0^\infty d\tau K_s(t - \tau) f_s(\tau) \frac{S(t - \tau)}{v_p}. \end{aligned} \quad (6.3.4)$$

Уравнение (6.3.4) называют интегральным уравнением кинетики реактора. Оно используется при анализе очень быстрых переходных нейтронных процессов в реакторе. Временные функции $K_p(t)$, $f_p(\tau)$, $f_m(\tau)$, $m = 1, \dots, 6$, $K_s(t)$, $f_s(\tau)$ следует определять из независимых расчетов, комбинируя численные решения уравнения переноса в форме условно-критической задачи и задачи с источником. Техника таких расчетов наиболее подробно изложена в монографии [54]. Если распределение нейтронов независимого источника мало отличается от собственной функции, то можно приближенно принять $K_s(t) \approx K_p(t)$ и $f_s(t) \approx f_p(t)$.

Рассмотрение баланса числа предшественников запаздывающих нейтронов m -группы за малый промежуток времени dt дает

$$c_m(t + dt) - c_m(t) = \dot{c}_m(t)dt = -\lambda_m c_m(t)dt + \nu\beta_{\text{эф} m} n(t)dt. \quad (6.3.5)$$

Здесь выражение слева от знака равенства дает изменение числа предшественников запаздывающих нейтронов в реакторе за время dt ; выражение справа — убыль за счет радиоактивного распада предшественников, при котором появляются запаздывающие нейтроны (первое слагаемое в правой части), и приход за счет образования предшественников при делении топливных ядер за время dt (второе слагаемое в правой части). Исключение из уравнения (6.3.5) малой величины dt дает уравнение для определения временной зависимости числа ядер-предшественников запаздывающих нейтронов в следующем виде:

$$\dot{c}_m(t) + \lambda_m c_m(t) = \nu\beta_{\text{эф} m} n(t), \quad m = 1, \dots, 6. \quad (6.3.6)$$

При рассмотрении процессов, в которых величины $n(t)$, $c_m(t)$, $m = 1, \dots, 6$, S слабо изменяются за время жизни поколения нейтронов $\Lambda_{\text{эф}}$, величину $n(t - \tau)$ в уравнении (6.3.4) можно разложить в ряд Тэйлора с сохранением лишь линейных по τ слагаемых. Зависимость величин $c_m(t - \tau)$, $m = 1, \dots, 6$ и $S(t - \tau)$ от переменной τ — слабая по сравнению с зависимостью величин $n(t - \tau)$, поэтому ей можно пренебречь. С учетом сделанных приближений можно интегральное уравнение (6.3.4) преобразовать в дифференциальное уравнение в следующем виде:

$$\Lambda_{\text{эф}} \dot{n}(t) = \Delta K_p(t) n(t) + K(t) \sum_m \lambda_m \frac{c_m(t)}{\nu_p} + K_S(t) \frac{S(t)}{\nu_p}. \quad (6.3.7)$$

Уравнение (6.3.7) представляет формулировку уравнения кинетики реактора в одноточечном приближении в терминах надкритичности $\Delta K_p(t)$ и эффективного времени жизни мгновенных нейтронов до деления $\Lambda_{\text{эф}}$. Если разделить это уравнение на эффективный коэффициент размножения мгновенных нейтронов $K_p(t)$ и пренебречь малым отличием этой величины от эффективного коэффициента размножения с учетом запаздывающих нейтронов $K(t)$, то получим уравнение кинетики реактора в одно-

чечном приближении в терминах реактивности и среднего времени жизни мгновенного нейтрона до деления (времени генерации мгновенных нейтронов) в виде

$$\Lambda \dot{n}(t) = \rho_p(t)n(t) + \sum_m \lambda_m \frac{c_m(t)}{\nu_p} + \frac{S(t)}{\nu_p}. \quad (6.3.8)$$

Уравнения (6.3.6), (6.3.7) или (6.3.6), (6.3.8) определяют зависимость скорости (интенсивности) делений в реакторе от времени. Их называют уравнениями кинетики реактора в однотоочечном приближении. Эти две группы уравнений можно считать эквивалентными.

Следует сделать несколько замечаний относительно величин $\lambda_m, \beta_{эф\ m}, (m = 1, \dots, 6), \Lambda, \Delta K_p, \rho_p, K_p, K, S(t)$, которые рассматривались при выводе уравнений кинетики (6.3.7) и (6.3.8). Значения $\lambda_m, \beta_{эф\ m}, (m = 1, \dots, 6)$ определяются, главным образом, материалом и конфигурацией реактора, и их для рассматриваемой конструкции АЗ можно считать постоянными. Среднее число нейтронов, генерируемых при одном делении с учетом запаздывающих нейтронов ν и без их учета ν_p , различается на величину $\beta_{эф} \ll 1$. На фоне остальных приближений это различие можно не учитывать и в уравнениях кинетики считать для определенности $\nu = \nu_p$. Также в большинстве случаев можно не учитывать различие между коэффициентами размножения K_p и K и считать их равными единице. Аналогичным образом в большинстве случаев не следует делать различий между временем жизни мгновенных нейтронов до деления Λ и эффективным временем жизни мгновенных нейтронов $\Lambda_{эф}$, полагая их равными между собой и равными значению, соответствующему критическому состоянию. Величина $S(t)$ в уравнениях кинетики не равна истинной интенсивности независимого источника. Причина заключается в том, что не все нейтроны, испущенные источником, участвуют в процессе деления топливных ядер, некоторые из них поглощаются без последующего деления, некоторые покидают реактор. Поэтому величина $S(t)$, как правило, меньше истинной интенсивности и представляет собой функционал от ее произведения на функцию ценности нейтронов по отношению к процессу деления в реакторе.

Системы уравнений (6.3.6), (6.3.7) или (6.3.6), (6.3.8) следует дополнить начальными условиями, отражающими предысторию реактора. Часто в качестве начального в момент времени $t = 0$ рассматривают одно из двух состояний реактора:

– реактор без независимого источника нейтронов в глубоко подкритическом состоянии, в этом случае в реакторе нет нейтронов, и задают нулевые начальные условия

$$n(t = 0) = 0, \quad c_m(t = 0) = 0, \quad m = 1, \dots, 6; \quad (6.3.9)$$

– подкритический реактор с независимым источником интенсивностью $S(t = 0)$ в течение длительного времени до момента $t = 0$ находился в стационарном (подкритическом) состоянии, в этом случае согласно уравнениям кинетики (6.3.8) в момент $t = 0$ можно задать условия

$$n(t = 0) = -\frac{S(0)}{\nu_p} \frac{1}{\rho_p + \beta_{эф}} = -\frac{S(0)}{\nu_p} \frac{1}{\rho},$$

$$c_m(t = 0) = \frac{\nu_p \beta_{эф}}{\lambda_m} n(0), \quad m = 1, \dots, 6. \quad (6.3.10)$$

Реактивность работающего реактора со временем изменяется в результате следующих воздействий:

- контролируемого оператором изменения положений регулирующих элементов (РЭ);
- действия обратной связи, обусловленной нагреванием материала АЗ в результате выделения энергии при делении топливных ядер;
- внешних неконтролируемых оператором воздействий.

Последний фактор обусловлен возможными аварийными ситуациями и, как правило, рассматривается в отдельных исследованиях, посвященных обоснованию безопасности реактора [55].

Рассматриваемые изменения реактивности обычно малы, поэтому в соответствии с выводами теории малых возмущений (см. параграф 5.3), как правило, реактивность реактора можно представить в виде суммы, составляющие которой обусловлены движением регулирующих элементов и действием обратных связей. Соотношения для закона изменения реактивности, обуслов-

ленного движением РЭ, находятся на основе экспериментальных данных или с помощью решения условно-критических задач, соответствующих различным положениям регулирующих элементов в АЗ, и независящих от интенсивности делений в реакторе. Соотношения для закона изменения реактивности, обусловленного действием обратных связей, выражаются в конечном итоге через мощность или температуру АЗ, в результате чего уравнения (6.3.6)–(6.3.8) становятся нелинейными.

В заключение параграфов 6.1–6.3 следует отметить одно обстоятельство. Вывод уравнений кинетики основывался на качественных рассуждениях и использовании величин $K_p(t)$, Λ , $f_p(t)$, интегральным образом характеризующих реактор. Такой вывод не дает строгого определения этих величин и не указывает метод их расчета. Строгое определение этих величин следует из вывода уравнений кинетики, в котором за основу приняты точные исходные уравнения — уравнение переноса нейтронов и условно-критическая задача.

Определение используемых интегральных величин может быть выполнено в специально поставленных экспериментах для конкретного реактора. Следует отметить, что применительно к управлению конкретной, воплощенной в “металле” реакторной установкой расчетное определение параметров кинетики представляет незначительный интерес. Этот вопрос имеет важное значение на стадии разработки новой установки, особенно, если она по своей конструкции сильно отличается от уже созданных и рассчитывается на конкретные, как правило, на пределе возможностей, параметры импульсов делений.

6.4. Условия применимости однотоочечного приближения

Согласно результатам параграфа 6.1, при рассмотрении на качественном уровне, условий применимости однотоочечного приближения можно выделить два условия. Одно из условий ограничивает степень отклонения реактора от состояния критичности, второе условие ограничивает размеры системы. Основанием для этих условий является требование постоянства форм-функции — пространственного, углового и энергетического распределения

плотности потока нейтронов в течение переходного процесса, то есть траектории нейтронов должны быть однотипны. При выполнении этого требования зависимость скорости любой ядерной реакции от времени во всех точках системы одинакова. Физический смысл обозначенных требований заключается в следующем:

– характерное время переходных нейтронных процессов в реакторе должно быть существенно больше среднего времени жизни мгновенных нейтронов до деления (в этом случае справедливо понятие среднего времени жизни мгновенных нейтронов)

$$\tau_{\text{эф}} = \left| \frac{n(t)}{\dot{n}(t)} \right| \gg \Lambda; \quad (6.4.1)$$

– время распространения возмущения плотности потока нейтронов между различными точками в реакторе должно быть существенно меньше характерного времени переходного нейтронного процесса

$$\frac{d}{v} \ll \left| \frac{n(t)}{\dot{n}(t)} \right| = \tau_{\text{эф}}, \quad (6.4.2)$$

где d — средний размер реактора; v — средняя скорость нейтрона.

Следует отметить, что оба условия направлены на ограничение характерного времени переходного процесса снизу (ограничение размеров реактора сверху).

Если ограничиться рассмотрением переходных процессов на мгновенных нейтронах (импульсный режим работы ИЯР), то согласно уравнению кинетики (6.3.8) без учета запаздывающих нейтронов и независимых источников

$$\tau_{\text{эф}} = \left| \frac{n(t)}{\dot{n}(t)} \right| = \frac{\Lambda}{\rho_p}. \quad (6.4.3)$$

С учетом оценки (6.4.3) условия применимости одноточечного приближения (6.4.1) и (6.4.2) можно представить в виде

$$|\rho_p| \ll 1, \quad \frac{d}{v} \left| \frac{\dot{n}(t)}{n(t)} \right| = \frac{d |\rho_p|}{v \Lambda} \ll 1. \quad (6.4.4)$$

Оценка критериев (6.4.4) для различных типов ИЯР показывает следующее. Для АЗ из высокообогащенного металли-

ческого урана время жизни мгновенных нейтронов до деления $\Lambda \approx 10$ нс, скорость нейтронов, вызывающих деление топливных ядер, $v \approx 1,7$ см/нс (энергия нейтронов $E \approx 1,5$ МэВ), размер АЗ $d \approx 20$ см, реактивность на мгновенных нейтронах $\rho_p \approx 0,1$, $\beta_{эф} \approx 10^{-3} \ll 1$. В этом случае критерии (6.4.4) $\rho_p \approx 10^{-3} \ll 1$, $d\rho_p/(v\Lambda) \approx 10^{-3} \ll 1$.

Для импульсного реактора на тепловых нейтронах типа ИГР с АЗ из смеси графита и урана при отношении числа ядер графита и урана порядка 10^4 справедливы оценки: $\Lambda \approx 1$ мс, $v \approx 2,2 \cdot 10^5$ см/с, $d \approx 10^2$ см, $\rho_p \approx 0,1$, следовательно $\rho_p \approx 0,1 < 1$, $d\rho_p/(v\Lambda) \approx 0,05 \ll 1$. Для больших энергетических реакторов с АЗ размерами около 10 м (типа ВВЭР или РБМК) второе неравенство (6.3.4) может не выполняться.

Для быстрого реактора с АЗ на основе высокообогащенного металлического урана, которая окружена отражателем нейтронов, содержащим водород, время жизни мгновенных нейтронов, не покидающих АЗ, до деления $\Lambda \approx 10$ нс, изменение реактивности АЗ составляет $0,1 \beta_{эф} \approx 10^{-3}$, скорость тепловых нейтронов, возвратившихся из отражателя и вызвавших деление, $v \approx 2 \cdot 10^5$ см/с. Для нейтронов, участвующих в процессе деления топливных ядер, оценка второго критерия (6.4.4) $d\rho_p/(v\Lambda) \approx 10^2 \gg 1$ показывает, что однотоочечное приближение может оказаться для анализа кинетики реактора с отражателем неприменимым.

Для ядерного взрывного устройства с АЗ из высокообогащенного металлического урана время жизни мгновенных нейтронов до деления $\Lambda \approx 2$ нс, скорость нейтронов, вызывающих деление топливных ядер, $v \approx 1,7$ см/нс (энергия нейтронов $E \approx 1,5$ МэВ), размер АЗ равен $d \approx 5$ см, реактивность на мгновенных нейтронах $\rho_p \approx 0,1 < 1$. В этом случае $d\rho_p/(v\Lambda) \approx 0,2 < 1$.

Согласно выполненным оценкам для ИЯР всех типов с однородной АЗ однотоочечное приближение применимо. Из рассмотрения последних двух примеров следует, что при описании кинетики реактора с отражателем-замедлителем нейтронов и быстрых ядерных устройств с большими отклонениями от состояния критичности однотоочечное приближение может оказаться несправедливым.

6.5. Вывод уравнений однотоочечной кинетики из уравнения переноса нейтронов

Уравнение переноса с учетом запаздывающих нейтронов.

Уравнение переноса нейтронов в системе без делящегося материала имеет вид [13, 14]

$$\frac{1}{v} \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \bar{\Omega} \nabla \varphi + \Sigma_t \varphi = \int d\bar{v}_1 \Sigma_s(\bar{r}, \bar{v}_1 \rightarrow \bar{v}) \varphi(\bar{r}, \bar{v}_1) + S(\bar{r}, \bar{v}), \quad (6.5.1)$$

$$\varphi(\bar{r}_\Gamma, \bar{v}) = 0, \quad \bar{v} \bar{n}_\Gamma < 0.$$

В уравнении (6.5.1) учтены лишь процессы поглощения (Σ_t) и рассеяния (Σ_s) нейтронов. Внесение делящегося материала в систему приведет к добавлению соответствующих слагаемых в величины Σ_t , Σ_s , S , поскольку в системе появляются новые ядра, на которых может происходить поглощение и рассеяние нейтронов. Интенсивность источника $S(\bar{r}, \bar{v}, t)$ изменяется на величину, соответствующую скорости появления мгновенных $S_p(\bar{r}, \bar{v}, t)$ и запаздывающих $S_d(\bar{r}, \bar{v}, t)$ нейтронов при захвате первичного нейтрона топливным ядром и его последующем делении.

Пусть $v(\bar{r}, E)$ — число нейтронов, испускаемых в результате одного деления в точке $\bar{r}$, вызванного нейтроном с энергией E ; $\beta_m(\bar{r}, E)$ — доля $v(\bar{r}, E)$, отнесенная к m -группе предшественников запаздывающих нейтронов. Тогда $\beta_m(\bar{r}, E) v(\bar{r}, E)$ — число предшественников, образующихся в результате деления в точке $\bar{r}$ нейтроном с энергией E . Если определить $\beta(\bar{r}, E) = \sum_m \beta_m(\bar{r}, E)$ как полную долю запаздывающих нейтронов, то число мгновенных нейтронов, появляющихся в результате деления ядра в точке $\bar{r}$ нейтроном с энергией E , равно $v_p(\bar{r}, E) = [1 - \beta(\bar{r}, E)] v(\bar{r}, E)$.

Запаздывающие нейтроны появляются в результате распада ядер-предшественников, причем при распаде одного ядра появляется один нейтрон. Скорость испускания запаздывающих нейтронов в единице объема в точке $\bar{r}$ равна $\lambda_m c_m(\bar{r}, t)$, где $c_m(\bar{r}, t)$, λ_m , $m = 1, \dots, 6$ — распределение плотности ядер-предшественников запаздывающих нейтронов m -группы в объеме

реактора и постоянная их распада. Нормированные на единицу энергетические распределения мгновенных и запаздывающих нейтронов обозначают как $\chi_p(E)$ и $\chi_m(E)$, $m = 1, \dots, 6$. Для простоты полагают, что величины $\chi_p(E)$, λ_m , $\chi_m(E)$, $m = 1, \dots, 6$ зависят только от типа делящегося ядра.

Согласно данным определениям, если деление в точке $\vec{r}$ в момент времени $t = 0$ вызывается нейтроном с энергией E_1 , то распределение нейтронов, испускаемых в единицу времени, как функция времени t и энергии появляющихся нейтронов E , может быть представлено в виде

$$\chi_p(E)v_p(\vec{r}, E_1)\delta(t) + \sum_m \chi_m(E)\beta_m(\vec{r}, E_1)\lambda_m v(\vec{r}, E_1)e^{-\lambda_m t}, \quad (6.5.2)$$

где $\delta(t)$ — дельта-функция; $\beta_m(\vec{r}, E_1)v(\vec{r}, E_1)e^{-\lambda_m t}$ — число предшественников запаздывающих нейтронов m -группы, образующихся в результате одного деления в точке $\vec{r}$ в момент времени $t = 0$.

Следует учесть, что угловое распределение вторичных мгновенных $\chi_p(E, \vec{\Omega})$ и запаздывающих $\chi_m(E, \vec{\Omega})$ нейтронов считается изотропным и нормировано на единицу

$$\begin{aligned} \int dE \, d\vec{\Omega} \chi_p(E, \vec{\Omega}) &= \int dE \chi_p(E) = 1, \\ \int dE \, d\vec{\Omega} \chi_m(E, \vec{\Omega}) &= \int dE \chi_m(E) = 1. \end{aligned} \quad (6.5.3)$$

Плотность скорости делений в точке $\vec{r}$ в момент времени t , обусловленная нейтронами с энергией E_1 , определяется соотношением $\int d\vec{\Omega}_1 \Sigma_f(\vec{r}, E_1)\phi(\vec{r}, E_1, \vec{\Omega}_1, t)$, поэтому источники мгновенных и запаздывающих нейтронов делений можно представить в виде

$$\begin{aligned}
S_{p,d}(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) &= \int_{-\infty}^t dt_1 \int dE_1 d\vec{\Omega}_1 \left\{ \chi_p(E, \vec{\Omega}) v_p(\vec{r}, E_1) \delta(t - t_1) + \right. \\
&\quad \left. + \sum_m \chi_m(E, \vec{\Omega}) \beta_m(\vec{r}, E_1) \lambda_m v_m(\vec{r}, E_1) e^{-\lambda_m(t-t_1)} \right\} \times \\
&\quad \times \Sigma_f(\vec{r}, E_1) \varphi(\vec{r}, E_1, \vec{\Omega}_1, t_1) = \\
&= \chi_p(E, \vec{\Omega}) \int dE_1 d\vec{\Omega}_1 v_p \Sigma_f(\vec{r}, E_1) \varphi(\vec{r}, E_1, \vec{\Omega}_1, t) + \\
&\quad + \sum_m \chi_m(E, \vec{\Omega}) \lambda_m c_m(\vec{r}, t). \tag{6.5.4}
\end{aligned}$$

При выводе этого соотношения учтено, что

$$\begin{aligned}
&\int_{-\infty}^t dt_1 \int dE_1 d\vec{\Omega}_1 \beta_m(\vec{r}, E_1) v_m(\vec{r}, E_1) e^{-\lambda_m(t-t_1)} \times \\
&\quad \times \Sigma_f(\vec{r}, E_1) \varphi(\vec{r}, E_1, \vec{\Omega}_1, t_1) = c_m(\vec{r}, t). \tag{6.5.5}
\end{aligned}$$

Добавление величины $S_{p,d}(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t)$ к независимому источнику в уравнении (6.5.1) и учет соотношения (6.5.4) приводят к уравнению переноса с учетом процесса деления. Дифференцирование соотношения (6.5.5) по времени дает уравнение для плотности предшественников запаздывающих нейтронов

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{v} \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \vec{\Omega} \nabla \varphi + \Sigma_t \varphi(\vec{r}, \vec{v}, t) = \int d\vec{v}_1 \Sigma_s(\vec{r}, \vec{v}_1 \rightarrow \vec{v}) \varphi(\vec{r}, \vec{v}_1, t) + \\
&+ \chi_p(\vec{v}) \int d\vec{v}_1 v_p \Sigma_f(\vec{r}, E_1) \varphi(\vec{r}, \vec{v}_1, t_1) + \sum_m \chi_m(\vec{v}) \lambda_m c_m(\vec{r}, t) + S(\vec{r}, \vec{v}, t), \\
&\varphi(\vec{r}_\Gamma, \vec{v}) = 0, \quad \vec{v} \vec{n}_\Gamma < 0. \tag{6.5.6}
\end{aligned}$$

$$\frac{\partial c_m(\vec{r}, t)}{\partial t} + \lambda_m c_m(\vec{r}, t) = \int d\vec{v}_1 \beta_m v \Sigma_f(\vec{r}, \vec{v}_1) \varphi(\vec{r}, \vec{v}_1, t), \quad m = 1, \dots, 6. \tag{6.5.7}$$

Эти уравнения с соответствующими начальными условиями представляют точное описание изменения плотности потока мгновенных и запаздывающих нейтронов. Влияние энерговыделения в АЗ на характеристики реактора (т. е. обратная связь) проявляется в этих уравнениях через зависимость макроскопических сечений от плотности потока нейтронов.

Вывод уравнений однотоочечной кинетики. Пусть в реакторе, состоянии которого близко к состоянию критичности, происходят переходные нейтронные процессы. Эти процессы описываются уравнением переноса (6.5.6), состояние реактора с учетом запаздывающих нейтронов описывается условно-критической задачей — прямой (5.1.1) или сопряженной (5.3.6).

Для вывода уравнений кинетики следует использовать уравнение переноса (6.5.6), уравнение для плотности предшественников запаздывающих нейтронов (6.5.7) и формулировку сопряженной условно-критической задачи без учета запаздывающих нейтронов, которую по аналогии с уравнением (5.3.6) можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} -\vec{\Omega}\nabla\phi_p^+ + \Sigma_t(\vec{r}, \vec{v})\phi_p^+ = \int d\vec{v}_1 \Sigma_s(\vec{r}, \vec{v} \rightarrow \vec{v}_1)\phi_p^+(\vec{r}, \vec{v}_1) + \\ + \frac{\nu_p \Sigma_f(\vec{r}, \vec{v})}{K_p(t)} \int d\vec{v}_1 \chi_p(\vec{v}_1)\phi_p^+(\vec{r}, \vec{v}_1), \end{aligned} \quad (6.5.8)$$

$$\phi_p^+(\vec{r}_\Gamma, \vec{v}) = 0, \quad \vec{v} \vec{n}_\Gamma > 0.$$

В силу зависимости макроскопических сечений от положения РЭ и действия обратных связей, уравнение (6.5.8) параметрически зависит от времени, поэтому величина $K_p(t)$ — функция времени. Пусть в течение рассматриваемых переходных нейтронных процессов угловое, энергетическое и пространственное распределение плотности потока нейтронов в реакторе не изменяется. В этом случае плотность потока нейтронов $\phi(\vec{r}, \vec{v}, t)$ и плотность предшественников запаздывающих нейтронов $c_m(\vec{r}, t)$ можно представить в виде произведения форм-функции и амплитудной функции (однотоочечное приближение)

$$\begin{aligned}\varphi(\vec{r}, \vec{v}, t) &= \varphi_0(\vec{r}, \vec{v})A(t) \\ c_m(\vec{r}, t) &= c_{m0}(\vec{r})A_m(t), \quad m = 1, \dots, 6.\end{aligned}\tag{6.5.9}$$

Для вывода уравнений кинетики следует умножить уравнение (6.5.6) на $\varphi_p^+(\vec{r}, \vec{v})$, уравнение (6.5.7) на $\varphi(\vec{r}, \vec{v}, t)$, проинтегрировать их по объему реактора и переменной $\vec{v}$ (по фазовому пространству реактора) и вычесть из первого уравнения второе. В результате с учетом приближения (6.5.9) можно получить

$$\begin{aligned}\left\langle \varphi_p^+ \frac{1}{v} \varphi_0 \right\rangle \frac{\partial A(t)}{\partial t} + \left\langle \vec{\Omega} \nabla (\varphi_p^+ \varphi_0) \right\rangle A(t) &= \left\langle \varphi_p^+ \chi_p \int d\vec{v}_1 v_p \Sigma_f \varphi_0 \right\rangle A(t) + \\ + \sum_m \lambda_m \left\langle \varphi_p^+ \chi_m c_{m0} \right\rangle A_m(t) + \left\langle \varphi_p^+ S \right\rangle - \frac{1}{K_p} \left\langle \varphi_p^+ \chi_p \int d\vec{v}_1 v_p \Sigma_f \varphi_0 \right\rangle A(t).\end{aligned}\tag{6.5.10}$$

При выводе уравнения (6.5.10) учтено, что члены, содержащие сечение рассеяния в первом и втором уравнениях, после интегрирования по фазовому пространству взаимно уничтожаются, так как

$$\begin{aligned}\int d\vec{r} \int d\vec{v} \int d\vec{v}_1 \varphi_p^+(\vec{r}, \vec{v}) \Sigma_s(\vec{r}, \vec{v}_1 \rightarrow \vec{v}) \varphi_0(\vec{r}, \vec{v}_1) = \\ = \int d\vec{r} \int d\vec{v} \int d\vec{v}_1 \varphi_0(\vec{r}, \vec{v}) \Sigma_s(\vec{r}, \vec{v} \rightarrow \vec{v}_1) \varphi_p^+(\vec{r}, \vec{v}_1).\end{aligned}\tag{6.5.11}$$

Второй член в левой части уравнения (6.5.10) равен нулю, так как по теореме Гаусса–Остроградского

$$\begin{aligned}\int_V d\vec{r} \vec{\Omega} \nabla (\varphi_p^+ \varphi_0) &= \int_V d\vec{r} \operatorname{div}(\vec{\Omega} \varphi_p^+ \varphi_0) = \\ &= \int_V d\vec{r} \operatorname{div}(\vec{\Omega} \varphi_p^+ \varphi_0) = \int_{\Gamma} d\vec{s} \vec{\Omega} (\varphi_p^+ \varphi_0) \Big|_{\vec{r} \in \Gamma},\end{aligned}$$

и на внешней поверхности реактора плотность потока $\varphi_0(\vec{r}, \vec{v}) = 0$ при $\vec{n} \vec{\Omega} < 0$, функция ценности $\varphi_p^+(\vec{r}, \vec{v}) = 0$ при $\vec{n} \vec{\Omega} > 0$.

С учетом указанных соотношений уравнение (6.5.10) можно представить в следующем виде

$$\begin{aligned} \left\langle \varphi_p^+ \frac{1}{v} \varphi_0 \right\rangle \frac{\partial A(t)}{\partial t} = \frac{K_p(t) - 1}{K_p(t)} \left\langle \varphi_p^+ \chi_p \int d\vec{v}_1 v_p \Sigma_f \varphi_0 \right\rangle A(t) + \\ + \sum_m \lambda_m \left\langle \varphi_p^+ \chi_m c_{m0}(\vec{r}) \right\rangle A_m(t) + \left\langle \varphi_p^+ S \right\rangle. \end{aligned} \quad (6.5.12)$$

Умножение уравнения (6.5.7) на $\varphi_p^+(\vec{r}, \vec{v}) \chi_m(\vec{v})$ с последующим интегрированием по объему реактора и переменной $\vec{v}$ дает

$$\begin{aligned} \left\langle \varphi_p^+ \chi_m c_{m0}(\vec{r}) \right\rangle \frac{\partial A_m(t)}{\partial t} + \left\langle \varphi_p^+ \chi_m c_{m0}(\vec{r}) \right\rangle \lambda_m A_m(t) = \\ = \left\langle \varphi_p^+ \chi_m \int d\vec{v}_1 \beta_m v \Sigma_f \varphi_0 \right\rangle A(t), \quad m = 1, \dots, 6. \end{aligned} \quad (6.5.13)$$

Уравнения (6.5.12), (6.5.13) следует записать относительно величин, имеющих ясный физический смысл — интенсивности делений в реакторе $n(t)$ и числа предшественников запаздывающих нейтронов m -группы, находящихся в реакторе — $c_m(t)$

$$\begin{aligned} n(t) = \left\langle \Sigma_f \varphi \right\rangle = \left\langle \Sigma_f \varphi_0 \right\rangle A(t), \\ c_m(t) = \int d\vec{r} \ c_m(\vec{r}, t) = \int d\vec{r} \ c_{m0}(\vec{r}) A_m(t) = \left\langle c_{m0}(\vec{r}) \right\rangle_V A_m(t), \end{aligned} \quad (6.5.14)$$

где угловые скобки с индексом $\langle \dots \rangle_V$ обозначают интегрирование по объему реактора.

Подстановка соотношений (6.5.14) в уравнения (6.5.12), (6.5.13) позволяет получить

$$\begin{aligned}
& \frac{\left\langle \varphi_p^+ \frac{1}{v} \varphi_0 \right\rangle}{\left\langle \varphi_p^+ \chi_p \int d\vec{v}_1 v_p \Sigma_f \varphi_0 \right\rangle} \frac{\partial n(t)}{\partial t} = \left(\frac{K_p(t) - 1}{K_p(t)} \right) n(t) + \\
& + \sum_m \lambda_m c_m(t) \frac{\left\langle \varphi_p^+ \chi_m c_{m0}(\vec{r}) \right\rangle}{\left\langle c_{m0}(\vec{r}) \right\rangle_V} \frac{\left\langle \Sigma_f \varphi_0 \right\rangle}{\left\langle \varphi_p^+ \chi_p \int d\vec{v}_1 v_p \Sigma_f \varphi_0 \right\rangle} + \\
& + \left\langle \varphi_p^+ S \right\rangle \frac{\left\langle \Sigma_f \varphi_0 \right\rangle}{\left\langle \varphi_p^+ \chi_p \int d\vec{v}_1 v_p \Sigma_f \varphi_0 \right\rangle}. \quad (6.5.15)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial c_m(t)}{\partial t} + \lambda_m c_m(t) = n(t) \frac{\left\langle \varphi_p^+ \chi_m \int d\vec{v}_1 \beta_m v \Sigma_f \varphi_0 \right\rangle}{\left\langle \Sigma_f \varphi_0 \right\rangle} \frac{\left\langle c_{m0}(\vec{r}) \right\rangle_V}{\left\langle \varphi_p^+ \chi_m c_{m0}(\vec{r}) \right\rangle}. \quad (6.5.16)
\end{aligned}$$

Уравнения (6.5.15), (6.5.16) не зависят от нормировки форм-функций φ_0 , c_{m0} и сопряженной функции φ_p^+ , которая может быть выбрана произвольной. Соотношения (6.5.14) фактически определяют нормировку функций $\varphi_0(\vec{r}, \vec{v})$ и $c_{m0}(\vec{r})$. Нормировку функции $\varphi_p^+(\vec{r}, \vec{v})$ следует выбрать так, чтобы уравнения (6.5.15), (6.5.16) имели наиболее простой вид. Для этого можно принять, что ценность мгновенных нейтронов делений равна произведенному ими числу делений

$$\left\langle \varphi_p^+ \chi_p \int d\vec{v}_1 v_p \Sigma_f \varphi_0 \right\rangle = \left\langle \Sigma_f \varphi_0 \right\rangle K_p(t). \quad (6.5.17)$$

Если не учитывать пространственное и энергетическое распределение нейтронов в реакторе, то условие (6.5.17) можно представить в простом виде (см. параграф 6.2)

$$\varphi_p^+ = K_p / v_p. \quad (6.5.18)$$

Физический смысл этого соотношения заключается в том, что при одном первичном делении в АЗ из v_p появившихся мгновенных нейтронов только K_p нейтронов произведут деления. Следовательно, используемое в уравнениях (6.5.15), (6.5.16) отношение равно

$$\frac{\langle \Sigma_f \Phi_0 \rangle}{\langle \Phi_p^+ \chi_p \int d\vec{v}_1 v_p \Sigma_f \Phi_0 \rangle} = \frac{1}{K_p}. \quad (6.5.19)$$

Коэффициент в левой части уравнения (6.5.15) равен среднему времени жизни одного мгновенного нейтрона до деления

$$\Lambda = \frac{\left\langle \Phi_p^+(\vec{r}, \vec{v}) \frac{1}{v} \Phi_0(\vec{r}, \vec{v}) \right\rangle}{\left\langle \Phi_p^+(\vec{r}, \vec{v}) \chi_p(\vec{v}) \int d\vec{v}_1 v_p \Sigma_f(\vec{r}, \vec{v}) \Phi_0(\vec{r}, \vec{v}_1) \right\rangle}. \quad (6.5.20)$$

Выражение в числителе этого соотношения означает число “ценных” (т. е. производящих деления) мгновенных нейтронов, в знаменателе — скорость генерации “ценных” нейтронов в единицу времени. Следовательно, отношение выражает среднее время, необходимое для генерирования одного “ценного” нейтрона, т. е. среднее время между двумя делениями в соседних поколениях мгновенных нейтронов.

Пространственное распределение предшественников запаздывающих нейтронов можно представить в виде

$$c_{m0}(\vec{r}) = \text{const} \cdot \int d\vec{v}_1 \Sigma_f \Phi_0(\vec{r}). \quad (6.5.21)$$

С учетом соотношений (6.5.19), (6.5.21) для отношения во втором слагаемом в правой части уравнения (6.5.15) можно получить

$$\frac{\langle \Phi_p^+ \chi_m c_{m0}(\vec{r}) \rangle}{\langle c_{m0}(\vec{r}) \rangle_V} \frac{\langle \Sigma_f \Phi_0 \rangle}{\langle \Phi_p^+ \chi_p \int d\vec{v}_1 v_p \Sigma_f \Phi_0 \rangle} = \frac{\langle \Phi_p^+ \chi_m \int d\vec{v}_1 \Sigma_f \Phi_0 \rangle}{\langle \Phi_p^+ \chi_p \int d\vec{v}_1 v_p \Sigma_f \Phi_0 \rangle} = \frac{1}{v_p}. \quad (6.5.22)$$

Соотношение (6.5.22) означает, что если ценности мгновенного и запаздывающего нейтрона можно считать одинаковыми, то v_p ядер-предшественников запаздывающих нейтронов в среднем эквивалентны одному делению по числу генерированных нейтронов.

Отношение в правой части уравнения (6.5.16)

$$\begin{aligned}
 & \frac{\langle \varphi_p^+ \chi_m \int d\vec{v}_1 \beta_m v \Sigma_f \varphi_0 \rangle}{\langle \Sigma_f \varphi_0 \rangle} \frac{\langle c_{m0}(\vec{r}) \rangle_V}{\langle \varphi_p^+ \chi_m c_{m0}(\vec{r}) \rangle} = \\
 & = \frac{\langle \varphi_p^+ \chi_m \int d\vec{v}_1 \beta_m v \Sigma_f \varphi_0 \rangle}{\langle \varphi_p^+ \chi_p \int d\vec{v}_1 v_p \Sigma_f \varphi_0 \rangle} \frac{\langle c_{m0}(\vec{r}) \rangle_V}{\langle \varphi_p^+ \chi_m c_{m0}(\vec{r}) \rangle} \times \\
 & \times \frac{\langle \varphi_p^+ \chi_p \int d\vec{v}_1 v_p \Sigma_f \varphi_0 \rangle}{\langle \Sigma_f \varphi_0 \rangle} = \beta_{\text{эф } m} v_p; \quad (6.5.23)
 \end{aligned}$$

$$\beta_{\text{эф } m} = \frac{\langle \varphi_p^+ \chi_m \int d\vec{v}_1 \beta_m v \Sigma_f \varphi_0 \rangle}{\langle \varphi_p^+ \chi_p \int d\vec{v}_1 v_p \Sigma_f \varphi_0 \rangle}, \quad m = 1, \dots, 6, \quad (6.5.24)$$

где $\beta_{\text{эф } m}$ — эффективная доля запаздывающих нейтронов m -группы, определенная с учетом относительной ценности этих нейтронов по сравнению с ценностью мгновенных нейтронов.

Согласно формуле (6.5.24) величина

$$\beta_{\text{эф}} = \sum_m \beta_{\text{эф } m} = \frac{\sum \langle \varphi_p^+ \chi_m \int d\vec{v}_1 \beta_m v \Sigma_f \varphi_0 \rangle}{\langle \varphi_p^+ \chi_p \int d\vec{v}_1 v_p \Sigma_f \varphi_0 \rangle} \quad (6.5.25)$$

есть полная эффективная доля запаздывающих нейтронов.

Последнее слагаемое в правой части уравнения (6.5.15)

$$\langle \varphi_p^+ S \rangle \frac{\langle \Sigma_f \varphi_0 \rangle}{\langle \varphi_p^+ \chi_p \int d\vec{v}_1 v_p \Sigma_f \varphi_0 \rangle} = \frac{S(t)}{v_p}. \quad (6.5.26)$$

Величина $S(t)$ представляет собой эффективный независимый источник нейтронов. Если пространственное, угловое и энергетическое распределение независимого источника нейтронов близко к установившемуся распределению источника мгновенных нейтронов деления, т. е.

$$S(\vec{r}, \vec{v}, t) = A_S(t) \chi_p(\vec{v}) \int d\vec{v}_1 v_p \Sigma_f(\vec{r}, \vec{v}_1) \varphi_0(\vec{r}, \vec{v}_1),$$

то из условия нормировки (6.5.17) следуют соотношения

$$\begin{aligned} \langle \varphi_p^+ S \rangle &= A_S(t) \langle \varphi_p^+ \chi_p \int d\vec{v}_1 v_p \Sigma_f \varphi_0 \rangle = A_S(t) \langle \Sigma_f \varphi_0 \rangle K_p(t), \\ \langle S \rangle &= A_S(t) v_p \langle \Sigma_f \varphi_0 \rangle, \end{aligned}$$

согласно которым получаем формулу (6.5.26), где

$$S(t) = \frac{\langle \varphi_p^+ S \rangle v_p \langle \Sigma_f \varphi_0 \rangle}{\langle \varphi_p^+ \chi_p \int d\vec{v}_1 v_p \Sigma_f \varphi_0 \rangle} = \langle S(\vec{r}, \vec{v}, t) \rangle \quad (6.5.27)$$

есть интенсивность независимого источника.

Следует подчеркнуть, что соотношение (6.5.27) справедливо, если пространственное, угловое и энергетическое распределение независимого источника нейтронов близко к установившемуся распределению источника мгновенных нейтронов деления. Для реальных установок, как правило, это условие не выполняется, и интенсивность эффективного независимого источника нейтронов всегда меньше истинной его интенсивности.

Подстановка соотношений (6.5.17) – (6.5.27) в уравнения (6.5.15), (6.5.16) дает окончательный вид уравнений кинетики реактора в однотоочечном приближении

$$\Lambda \dot{n}(t) = (\rho_p(t) - 1)n(t) + \sum_m \lambda_m \frac{c_m(t)}{v_p} + \frac{S(t)}{v_p}, \quad (6.5.28)$$

$$\dot{c}_m(t) + \lambda_m c_m(t) = v_p \beta_{эф} \frac{n(t)}{m}, \quad m = 1, \dots, 6. \quad (6.5.29)$$

6.6. Приближенные формы уравнений кинетики

При анализе переходных нейтронных процессов в ИЯР в ряде случаев полезными оказываются приближенные формы однотоочечных уравнений кинетики. Наиболее часто используются два приближения. В первом приближении (приближение нулевой доли запаздывающих нейтронов) пренебрегают запаздывающими нейтронами при рассмотрении “быстрых” переходных

процессов на мгновенных нейтронах, которые происходят за времена, малые по сравнению с минимальным периодом полураспада ядер-предшественников запаздывающих нейтронов. Второе приближение применяется при анализе “медленных” переходных процессов, характерные времена которых определяются установлением равновесного числа ядер-предшественников запаздывающих нейтронов и значительно превышают характерные времена переходных процессов на мгновенных нейтронах (приближение нулевого времени жизни мгновенных нейтронов).

Приближение нулевой доли запаздывающих нейтронов.

Пусть переходные нейтронные процессы в реакторе происходят за времена, малые по сравнению с наименьшим периодом полураспада ядер-предшественников запаздывающих нейтронов. В этом случае скорость распада ядер-предшественников можно считать пренебрежимо малой и в левой части уравнения (6.3.6) пренебречь вторым слагаемым, считая $\lambda_m t \ll 1$, $m = 1, \dots, 6$. Интегрирование полученного уравнения

$$\dot{c}_m(t) = \nu_p \beta_{\text{эф } m} n(t) \quad (6.6.1)$$

дает при нулевых начальных условиях решение в виде

$$\begin{aligned} c_m(t) &= \nu_p \beta_{\text{эф } m} \int_0^t dt n(t) = \nu_p \beta_{\text{эф } m} N(t), \quad m = 1, \dots, 6, \\ N(t) &= \int_0^t dt n(t). \end{aligned} \quad (6.6.2)$$

Подстановка результата в уравнение (6.3.8) дает одну из приближенных форм уравнения кинетики

$$\begin{aligned} \Lambda \dot{n}(t) &= \rho_p(t) n(t) + \bar{\lambda} \beta_{\text{эф}} N(t) + \frac{S(t)}{\nu_p}, \\ \bar{\lambda} &= \frac{1}{\beta_{\text{эф}}} \sum_m \beta_{\text{эф } m} \lambda_m. \end{aligned} \quad (6.6.3)$$

В уравнении (6.6.3) распад накапливающихся предшественников запаздывающих нейтронов учитывается членом $\bar{\lambda} \beta_{\text{эф}} N(t)$. При достаточно больших значениях реактивности роль этого чле-

на мала, и его можно не учитывать. В этом приближении — приближении нулевой доли запаздывающих нейтронов, уравнение кинетики имеет вид

$$\Lambda \dot{n}(t) = \rho_p(t)n(t) + \frac{S(t)}{\nu_p}. \quad (6.6.4)$$

Уравнение (6.6.4) используется при анализе переходных процессов на мгновенных нейтронах. Область его применения определяется характерными временами исследуемых переходных процессов, которые должны быть гораздо меньше минимального периода полураспада ядер-предшественников запаздывающих нейтронов.

Приближение нулевого времени жизни мгновенных нейтронов (квазистатическое приближение). Пусть подкритический реактор, время жизни мгновенных нейтронов до деления в котором мало, находится в стационарном состоянии при заданной интенсивности независимого источника нейтронов. В этом случае первое слагаемое $\rho_p n(t)$ в правой части уравнения кинетики (6.3.8) отрицательно и велико по абсолютной величине. Эта величина компенсируется равновесной скоростью распада ядер-предшественников запаздывающих нейтронов и интенсивностью независимого источника, чтобы левая часть уравнения равнялась нулю. Если мгновенно изменить реактивность реактора, не изменяя интенсивность независимого источника, то в системе произойдет быстрое изменение мощности за счет переходных процессов на мгновенных нейтронах — “мгновенный” скачок мощности. Слагаемое $\sum_m \lambda_m c_m(t)$ во время скачка мощности быстро измениться не может в силу медленности процессов, обусловленных запаздывающими нейтронами. Характерное время скачка мощности составляет по порядку величины $\Lambda/|\rho_p|$ и очень мало, т. е. система за это очень малое время переходит в квазистационарное состояние, изменение мощности в котором обусловлено медленным переходом скорости распадов ядер-предшественников к новому равновесному значению. В этом случае можно, в некотором смысле, говорить о квазистатичности системы.

Уравнения кинетики в этом приближении (приближение нулевого времени жизни мгновенных нейтронов или квазистатистическое приближение) можно получить, если в уравнении (6.3.8) принять $\Lambda = 0$, оставив уравнение (6.3.6) без изменений,

$$0 = \rho_p(t)n(t) + \sum_m \lambda_m \frac{c_m(t)}{v_p} + \frac{S(t)}{v_p}, \quad (6.6.5)$$

$$\dot{c}_m(t) + \lambda_m c_m(t) = v_p \beta_{эф\ m} n(t), \quad m = 1, \dots, 6.$$

Представляет интерес получить оценку границ применимости приближения нулевого времени жизни. С этой целью следует провести вывод уравнений (6.6.5), исходя из первоначальных уравнений кинетики (6.3.6), (6.3.8). Соответствующие преобразования уравнений можно выполнить, если считать величину Λ малым параметром и представить решение $n(t)$ в виде разложения в ряд по этому малому параметру

$$n(t) = n_0(t) + \Lambda n_1(t) + \Lambda^2 n_2(t) + \dots \quad (6.6.6)$$

В результате подстановки разложения (6.6.6) в уравнение (6.3.8) можно получить, ограничиваясь малыми членами второго порядка, следующее соотношение

$$\Lambda \dot{n}_0(t) + \Lambda^2 \dot{n}_1(t) = \rho_p n_0 + \Lambda \rho_p n_1 + \Lambda^2 \rho_p n_2 + \sum_m \lambda_m \frac{c_m}{v_p} + \frac{S}{v_p}. \quad (6.6.7)$$

Комбинирование слагаемых с одинаковыми степенями Λ дает

$$0 = \rho_p(t)n_0(t) + \sum_m \lambda_m \frac{c_m(t)}{v_p} + \frac{S(t)}{v_p}, \quad (6.6.8)$$

$$\rho_p n_1(t) = \dot{n}_0(t).$$

Из этих соотношений следует

$$n_0(t) = -\frac{1}{\rho_p(t)} \left(\sum_m \lambda_m \frac{c_m(t)}{v_p} + \frac{S(t)}{v_p} \right), \quad (6.6.9)$$

$$n_1(t) = \frac{1}{\rho_p(t)} \dot{n}_0(t).$$

Функция $n_0(t)$ удовлетворяет уравнению (6.3.8) когда левая часть — $\Lambda \dot{n}(t)$ достаточно мала, чтобы ею можно было пренебречь, и описывает временную зависимость интенсивности делений в реакторе в приближении мгновенного скачка. Использование выражения (6.6.9) для нахождения производной дает

$$n_1(t) = \frac{\dot{n}_0(t)}{\rho_p} = \frac{1}{\rho_p} \left\{ \frac{\dot{\rho}_p}{\rho_p^2} \left(\sum_m \lambda_m \frac{c_m}{v_p} + \frac{S}{v_p} \right) - \frac{1}{\rho_p} \left(\sum_m \lambda_m \frac{\dot{c}_m}{v_p} + \frac{\dot{S}}{v_p} \right) \right\}. \quad (6.6.10)$$

Критерий применимости уравнения (6.6.9) можно получить, потребовав выполнения неравенства

$$\Lambda n_1(t) \ll n_0(t). \quad (6.6.11)$$

Использование соотношений (6.6.9), (6.6.10) дает

$$\left| \frac{\Lambda n_1(t)}{n_0(t)} \right| = \left| -\frac{\Lambda \dot{\rho}_p}{\rho_p^2} - \frac{\Lambda}{\rho_p^2} \frac{\sum_m \lambda_m \frac{\dot{c}_m}{v_p} + \frac{\dot{S}}{v_p}}{n_0(t)} \right| \ll 1. \quad (6.6.12)$$

В приближении одной группы запаздывающих нейтронов для реактора, в котором интенсивностью независимого источника нейтронов можно пренебречь, условие (6.6.12) можно упростить. Для этого следует выразить из второго уравнения (6.6.5) с использованием соотношения (6.6.9) производную числа ядер-предшественников в виде

$$\dot{c}(t) = -\lambda c(t) + v_p \beta_{\text{эф}} n(t) \approx -\lambda c(t) + v_p \beta_{\text{эф}} n_0(t) = -\lambda c(t) \frac{\rho_p + \beta_{\text{эф}}}{\rho_p}. \quad (6.6.13)$$

С использованием соотношения $n_0(t) \approx -\frac{1}{\rho_p} \frac{\lambda c(t)}{v_p}$ критерий (6.6.12) можно представить в виде

$$K_{\Gamma} = \left| \frac{\Lambda n_1}{n_0} \right| = \left| -\frac{\Lambda}{\rho_p} \frac{\dot{\rho}_p}{\rho_p} - \frac{\Lambda}{\rho_p^2} \lambda (\rho_p + \beta_{\text{эф}}) \right| = \left| -\frac{\Lambda}{\rho_p^2} \dot{\rho}_p + \Lambda \lambda \frac{\beta_{\text{эф}} + \rho_p}{\rho_p^2} \right| \ll 1.$$

Деление числителя и знаменателя этой формулы на $\beta_{\text{эф}}$ позволяет представить критерий в виде

$$K_{\Gamma} = \frac{\Lambda}{\beta_{\text{эф}}} \frac{\left| \frac{\dot{\rho}_p}{\beta_{\text{эф}}} + \lambda \left(1 + \frac{\rho_p}{\beta_{\text{эф}}} \right) \right|}{\frac{|\rho_p|^2}{\beta_{\text{эф}}^2}} = \frac{\left| \frac{1}{\alpha_R} \frac{\dot{\rho}_p}{\beta_{\text{эф}}} + \lambda \Lambda \left(1 + \frac{\rho_p}{\beta_{\text{эф}}} \right) \right|}{\frac{|\rho_p|^2}{\beta_{\text{эф}}^2}} \ll 1. \quad (6.6.14)$$

Для системы, находящейся вблизи состояния запаздывающей критичности $|\rho_p|/\beta_{\text{эф}} \approx 1$ и критерий K_{Γ} определяется скоростью изменения реактивности. В быстрых ИЯР с АЗ на основе металлического высокообогащенного урана $\alpha_R = \beta_{\text{эф}}/\Lambda \approx 10^6 \text{ с}^{-1}$, максимальная достигнутая в настоящее время скорость изменения реактивности с помощью движения РЭ заведомо не превышает уровень $|\dot{\rho}_p| < 10^3 \beta_{\text{эф}}/\text{с}$. В этом случае критерий (6.6.14) составляет

$$K_{\Gamma} = \left| \frac{1}{\alpha_R} \frac{\dot{\rho}_p}{\beta_{\text{эф}}} \right| \left/ \left(\frac{|\rho_p|^2}{\beta_{\text{эф}}^2} \right) \right. \approx 10^{-3} \ll 1$$

и выполняется с большим запасом. Для ИЯР растворного типа время жизни мгновенных нейтронов до деления на три порядка больше, соответственно $\alpha_R = \beta_{\text{эф}}/\Lambda \approx 10^3 \text{ с}^{-1}$, максимальная достигнутая в настоящее время скорость изменения реактивности с помощью движения РЭ составляет $|\dot{\rho}_p| < 10^2 \beta_{\text{эф}}/\text{с}$. В этом случае критерий (6.6.14)

$$K_{\Gamma} = \left| \frac{1}{\alpha_R} \frac{\dot{\rho}_p}{\beta_{\text{эф}}} \right| \left/ \left(\frac{|\rho_p|^2}{\beta_{\text{эф}}^2} \right) \right. \approx 10^{-1} \ll 1$$

и также выполняется, хотя и с меньшим запасом, чем это имеет место для быстрых ИЯР.

При малых отклонениях от состояния мгновенной критичности значения $|\rho_p| \ll \beta_{эф}$ и критерий (6.6.14) имеет вид

$$Kr = \left(\frac{1}{\alpha_R} \frac{\dot{\rho}_p}{\beta_{эф}} + \lambda \Lambda \right) \left(\frac{\beta_{эф}}{|\rho_p|} \right)^2. \quad (6.6.15)$$

Возможность использования рассматриваемого приближения определяется установленным критерием и скоростью изменения реактивности. Например, для быстрых ИЯР с АЗ на основе металлического высокообогащенного урана при указанных выше параметрах $\alpha_R = \beta_{эф}/\Lambda \sim 10^6 \text{ с}^{-1}$, $|\dot{\rho}_p| < 10^3 \beta_{эф}/\text{с}$ и критерии (6.6.14) равном $Kr = 10^{-2}$, приближение нулевого времени жизни до деления применимо при значениях реактивности

$$\frac{\rho_p}{\beta_{эф}} \leq \sqrt{(Kr)^{-1} \left| \frac{1}{\alpha_R} \frac{\dot{\rho}_p}{\beta_{эф}} \right|} \approx -0,3.$$

При меньших скоростях изменения реактивности

$$|\dot{\rho}_p| < 10^2 \beta_{эф}/\text{с}$$

и критерии (6.6.14) равном $Kr = 10^{-2}$, последняя оценка принимает вид

$$\frac{\rho_p}{\beta_{эф}} \leq \sqrt{(Kr)^{-1} \left| \frac{1}{\alpha_R} \frac{\dot{\rho}_p}{\beta_{эф}} \right|} \approx -0,1.$$

Для ИЯР растворного типа с характерным значением постоянной Росси $\alpha_R = \beta_{эф}/\Lambda \approx 10^3 \text{ с}^{-1}$ при малой скорости изменения реактивности $|\dot{\rho}_p| < 10 \beta_{эф}/\text{с}$ и критерии $Kr = 10^{-1}$ оценка максимальных значений реактивности, при которых применимо приближение нулевого времени жизни, составит

$$\frac{\rho_p}{\beta_{эф}} \leq \sqrt{(Kr)^{-1} \left| \frac{1}{\alpha_R} \frac{\dot{\rho}_p}{\beta_{эф}} \right|} \approx -0,3.$$