

$$x^3 + 9x^2 + 14x < 0$$

Решаем неравенство методом интервалов.

Решаем вспомогательное уравнение.

$$x^3 + 9x^2 + 14x = 0$$

Решаем уравнение методом разложения на множители.

Выносим общий множитель.

$$x(x^2 + 9x + 14) = 0$$

$$x = 0 \text{ или } x^2 + 9x + 14 = 0 (*)$$

$$(*) D = b^2 - 4ac = 9^2 - 4 \cdot 1 \cdot 14 = 25$$

Дискриминант положителен, значит уравнение имеет два корня.

$$x_1 = \frac{-9-5}{2 \cdot 1} = -7;$$

$$x_2 = \frac{-9+5}{2 \cdot 1} = -2$$

Отметим найденные критические точки и соответствующие им интервалы на числовой прямой.



Расчет знаков

Случай 1 : $x < -7$.

Пусть $x = -8$

$$(-8)^3 + 9(-8)^2 + 14(-8) = -48 < 0$$

Итак, этот случай удовлетворяет неравенству.

Случай 2 : $-7 < x < -2$.

Пусть $x = -3$

$$(-3)^3 + 9(-3)^2 + 14(-3) = 12 > 0$$

Итак, этот случай не удовлетворяет неравенству.

Случай 3 : $-2 < x < 0$.

Пусть $x = -1$

$$(-1)^3 + 9(-1)^2 + 14(-1) = -6 < 0$$

Итак, этот случай удовлетворяет неравенству.

Случай 4 : $0 < x$.

Пусть $x = 1$

$$1^3 + 9 \cdot 1^2 + 14 \cdot 1 = 24 > 0$$

Итак, этот случай не удовлетворяет неравенству.

Полученное решение отметим на рисунке.



ОТВЕТ:

$$x < -7; -2 < x < 0$$