

$$\sqrt[3]{2x+7} = \sqrt[3]{3(x-1)}$$

$$\sqrt[3]{2x+7} - \sqrt[3]{3(x-1)} = 0$$

$$\sqrt[3]{2x+7} - \sqrt[3]{3x-3} = 0$$

замена переменных.

$$\begin{cases} a = \sqrt[3]{3x-3} \\ b = \sqrt[3]{2x+7} \\ b - a = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt[3]{3x-3} = a \\ b = \sqrt[3]{2x+7} \\ b - a = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x-3 = a^3 \\ b = \sqrt[3]{2x+7} \\ b - a = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x-3 = a^3 \\ \sqrt[3]{2x+7} = b \\ b - a = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x-3 = a^3 \\ 2x+7 = b^3 \\ b - a = 0 \end{cases}$$

Из уравнения 3 выразим a .

$$\begin{cases} 3x-3=a^3 \\ 2x+7=b^3 \\ a=b \end{cases}$$

Подставим вместо a найденное выражение.

$$\begin{cases} 3x-3=b^3 \\ 2x+7=b^3 \\ a=b \end{cases}$$

Из уравнения ¹ выразим x .

$$\begin{cases} x=\frac{b^3+3}{3} \\ 2x+7=b^3 \\ a=b \end{cases}$$

Подставим вместо x найденное выражение.

$$\begin{cases} x=\frac{b^3+3}{3} \\ 2 \cdot \frac{b^3+3}{3} + 7 = b^3 \\ a=b \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=\frac{b^3+3}{3} \\ \frac{2(b^3+3)}{3} + 7 = b^3 \\ a=b \end{cases}$$

Решаем вспомогательное уравнение.

$$\frac{2(b^3 + 3)}{3} + 7 = b^3$$

$$\frac{2(b^3 + 3)}{3} + 7 - b^3 = 0$$

$$\frac{2(b^3 + 3) + 3(7 - b^3)}{3} = 0$$

$$\frac{(2b^3 + 6) + (21 - 3b^3)}{3} = 0$$

$$\frac{2b^3 + 6 - 3b^3 + 21}{3} = 0$$

$$\frac{-b^3 + 27}{3} = 0$$

$$\frac{b^3 - 27}{3} = 0$$

Дробь обращается в нуль тогда, когда числитель равен нулю.

$$b^3 - 27 = 0$$

$$b^3 = 27$$

$$b = 3$$

Следующая система эквивалентна предыдущей.

$$\begin{cases} x = \frac{b^3 + 3}{3} \\ b = 3 \\ a = b \end{cases}$$

Подставим вместо b найденное выражение.

$$\begin{cases} x = \frac{3^3 + 3}{3} \\ b = 3 \\ a = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 10 \\ b = 3 \\ a = 3 \end{cases}$$

ответ: $x = 10$