

Найдите количество точек пересечения графиков уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + x^2y^2 = 5 \\ x^2y + xy^2 = 2 \end{cases}$$

Решение:

Можно точки пересечения находить без построения графиков – аналитически.

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + x^2y^2 = 5 \\ x^2y + xy^2 = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (x+y)^2 + (xy)^2 = 5 \\ xy(x+y) = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x+y)^2 + (xy)^2 = 5 \\ xy = \frac{2}{x+y} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (x+y)^2 + \left(\frac{2}{x+y}\right)^2 = 5 \\ xy = \frac{2}{x+y} \end{cases}$$

$$(x+y)^2 + \left(\frac{2}{x+y}\right)^2 = 5 \Rightarrow \frac{(x+y)^4 + 4}{(x+y)^2} = 5 \Rightarrow (x+y)^4 + 4 = 5(x+y)^2$$

$$(x+y)^4 + 4 = 5(x+y)^2; (x+y)^2 = a; a \geq 0$$

$$a^2 - 5a + 4 = 0 \Rightarrow (a-4)(a-1) = 0 \Rightarrow a = 4, a = 1$$

$$1) a = 4 \Rightarrow (x+y)^2 = 4 \Rightarrow x+y = \pm 2$$

$$2) a = 1 \Rightarrow (x+y)^2 = 1 \Rightarrow x+y = \pm 1$$

Ответы: $x = -2, y = 1$; $x = 1, y = -2$; $x = 1, y = 1$;

$$x = -1 - \sqrt{2}, y = \sqrt{2} - 1; x = \sqrt{2} - 1, y = -1 - \sqrt{2}$$

Итак, точки пересечения графиков этой системы уравнений имеет координаты

$$(-2; 1); (1; -2); (1; 1); (-1 - \sqrt{2}; \sqrt{2} - 1); (\sqrt{2} - 1; -1 - \sqrt{2})$$

Ответ: Количество точек пересечения графиков уравнений – 5