

$$\frac{x^2+3}{x} + \frac{x}{x^2+3} = 2\frac{1}{2}$$

$$\frac{x^2+3}{x} + \frac{x}{x^2+3} - 2\frac{1}{2} = 0$$

Произведем замену переменных.

$$\text{Пусть } t = \frac{x^2+3}{x}$$

В результате .

$$t + \frac{1}{t} - 2\frac{1}{2} = 0$$

$$t - 2\frac{1}{2} + \frac{1}{t} = 0$$

$$\frac{\left(t - 2\frac{1}{2}\right)t}{t} + \frac{1}{t} = 0$$

$$\frac{\left(t - 2\frac{1}{2}\right)t + 1}{t} = 0$$

$$\frac{t^2 - 2\frac{1}{2}t + 1}{t} = 0$$

$$\frac{0,5(2t^2 - 5t + 2)}{t} = 0$$

$$\frac{1(2t^2 - 5t + 2)}{2t} = 0$$

Дробь обращается в нуль тогда, когда числитель равен нулю.

$$2t^2 - 5t + 2 = 0$$

Найдем дискриминант.

$$D = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2 = 9$$

$$t_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$t_1 = \frac{5-3}{2 \cdot 2} = 0,5 ; t_2 = \frac{5+3}{2 \cdot 2} = 2$$

В этом случае

$$\frac{x^2+3}{x} = 0,5 ;$$

$$\frac{x^2+3}{x} = 2$$

Решаем каждое отдельно.

1).

$$\frac{x^2+3}{x} = 0,5$$

$$\frac{x^2+3}{x} - 0,5 = 0$$

$$-0,5 + \frac{x^2+3}{x} = 0$$

$$-\frac{0,5x}{x} + \frac{x^2+3}{x} = 0$$

$$\frac{-0,5x+x^2+3}{x} = 0$$

$$\frac{x^2-0,5x+3}{x} = 0$$

$$\frac{0,5(2x^2-x+6)}{x} = 0$$

$$\frac{1(2x^2-x+6)}{2x} = 0$$

Дробь обращается в нуль тогда, когда числитель равен нулю.

$$2x^2 - x + 6 = 0$$

Найдем дискриминант.

$$D = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 6 = -47 \text{ нет решений.}$$

2).

$$\frac{x^2+3}{x}=2$$

$$-2 + \frac{x^2+3}{x} = 0$$

$$-\frac{2x}{x} + \frac{x^2+3}{x} = 0$$

$$\frac{-2x+x^2+3}{x} = 0$$

$$\frac{x^2-2x+3}{x} = 0$$

Дробь обращается в нуль тогда, когда числитель равен нулю.

$$x^2-2x+3=0$$

$$D=b^2-4ac=(-2)^2-4\cdot 1\cdot 3=-8 \text{ нет решений.}$$

ответ: нет решений.