

С неизменным количеством двухатомного идеального газа совершают цикл, состоящий из следующих процессов:

1-2 – процесс подведения к газу тепла, в котором давление газа прямо пропорционально его объему;

2-3 – изохорный и 3-1 – изобарный процессы отведения от газа теплоты.

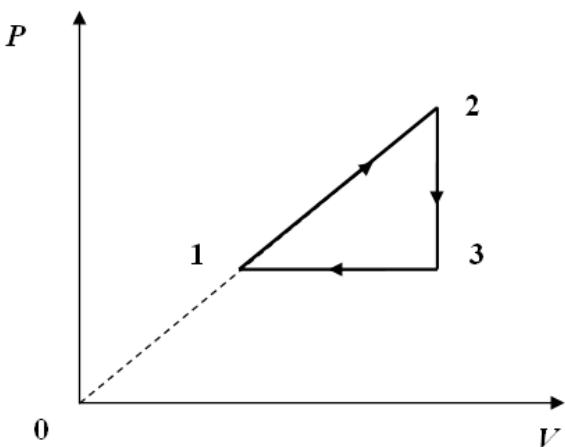
Оказалось, что работа газа за цикл в 5 раз превысила значение внутренней энергии газа в первом состоянии. Определить отношение (V_{\max}/V_{\min}) в цикле.

Решение:

С учетом данных дополним график:

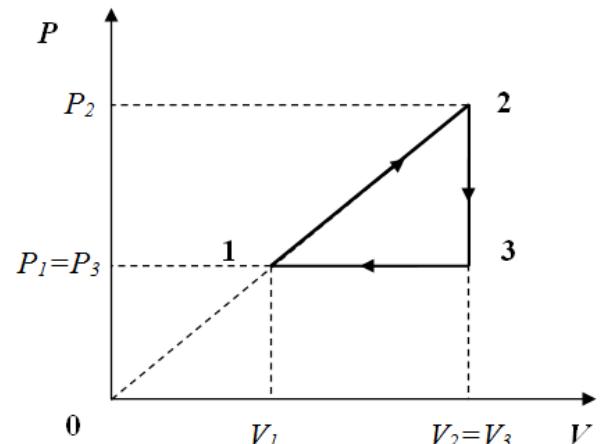
Работа газа за цикл в координатах PV численно равна фигуре, которую образует график цикла.

В данном случае график цикла образует прямоугольный треугольник. (Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения его катетов)



Следовательно:

$$A = S_{\Delta} = \frac{1}{2} \cdot (P_2 - P_3) \cdot (V_3 - V_1)$$



Или:

$$A = S_{\Delta} = \frac{1}{2} \cdot (P_2 - P_1) \cdot (V_2 - V_1)$$

Рассмотрим процесс 1-2:

Его можно записать в общем виде как $P = \text{const} \cdot V$, где const – некий коэффициент пропорциональности.

Следовательно $P_1 = \text{const} \cdot V_1$, $P_2 = \text{const} \cdot V_2$

Найдём отношение P_2 к P_1 .

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{\text{const} \cdot V_2}{\text{const} \cdot V_1} = \frac{V_2}{V_1} \Rightarrow P_2 = \frac{P_1 \cdot V_2}{V_1}$$

Следовательно, формула для расчета работы примет вид:

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{P_1 \cdot V_2}{V_1} - P_1 \right) \cdot (V_2 - V_1) = \frac{1}{2} \cdot P_1 \cdot \left(\frac{V_2}{V_1} - 1 \right) \cdot (V_2 - V_1) = \\
 &= \frac{1}{2} \cdot P_1 \cdot \left(\frac{V_2}{V_1} - 1 \right) \cdot \left(\frac{V_2}{V_1} \cdot V_1 - V_1 \right) = \frac{1}{2} \cdot P_1 \cdot V_1 \cdot \left(\frac{V_2}{V_1} - 1 \right) \cdot \left(\frac{V_2}{V_1} - 1 \right) = \\
 &= \frac{1}{2} \cdot P_1 \cdot V_1 \cdot \left(\frac{V_2}{V_1} - 1 \right)^2
 \end{aligned}$$

Очевидно, что

$$V_2 > V_1 \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{V_{max}}{V_{min}}$$

Тогда формула для расчета работы примет вид:

$$A = \frac{1}{2} \cdot P_1 \cdot V_1 \cdot \left(\frac{V_{max}}{V_{min}} - 1 \right)^2$$

По условию задачи известно, что $A = 5 \cdot U_1$

$$U_1 = \frac{i}{2} \cdot P_1 \cdot V_1 = \frac{5}{2} \cdot P_1 \cdot V_1 \text{ (для двухатомного идеального газа } i = 5)$$

Т.е. получаем

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{2} \cdot P_1 \cdot V_1 \cdot \left(\frac{V_{max}}{V_{min}} - 1 \right)^2 &= 5 \cdot \frac{5}{2} \cdot P_1 \cdot V_1 \\
 \left(\frac{V_{max}}{V_{min}} - 1 \right)^2 &= 25 \\
 \left(\frac{V_{max}}{V_{min}} - 1 \right) &= 5 \\
 \frac{V_{max}}{V_{min}} &= 6
 \end{aligned}$$

Ответ: $\frac{V_{max}}{V_{min}} = 6$