# Функция $y=x^{4}-32x+1$

# yotx.ru.png

Таблица точек

|  |  |
| --- | --- |
| **x** | **y** |
| -2.5 | 120.1 |
| -2.0 | 81 |
| -1.5 | 54.1 |
| -1.0 | 34 |
| -0.5 | 17.1 |
| 0 | 1 |
| 0.5 | -14.9 |
| 1.0 | -30 |
| 1.5 | -41.9 |
| 2.0 | -47 |
| 2.5 | -39.9 |
| 3.0 | -14 |
| 3.5 | 39.1 |
| 4.0 | 129 |

1. Область определения функции - вся числовая ось: D(f) = R или -∞ < х < +∞ .

2. Функция *f* (*x*) = *x*4 *–* 32*x*+1 непрерывна на всей области определения.

Область значений функции приведена в пункте 6.

3. Точка пересечения графика функции с осью координат Оу:

График пересекает ось Оу, когда x равняется 0: подставляем x=0 в *x*4 *–* 32*x*+1.

у = 04 –32\*0+ 1 = 1.

Результат: кривая пересекает ось Оу в точке (0; 1).

4. Точки пересечения графика функции с осью координат Ох:

График функции пересекает ось Ох при y=0, значит, нам надо решить уравнение:

*x*4 *–* 32*x*+1 = 0.

Решение уравнений четвёртой степени, даже неполных, очень сложное. Это уравнение имеет 2 действительных корня: х1 = 0,03125 и х2 = 3,16432.

5. Экстремумы функции:

Для того, чтобы найти экстремумы, нужно решить уравнение y'=0 (производная равна нулю), и корни этого уравнения будут экстремумами данной функции:

y' (*x*4 *-* 32*x* + 1) = 4*x*3 - 32 = 4(*x*3 - 8) = 0.

Решаем это уравнение и его корни будут экстремумами:

Приравняем нулю множитель в скобках:

*x*3 - 8 = 0, *x*3 = 8. Имеем 1 корня: *х* = ³√8 = 2.

 Имеем одну точку, в которой возможен экстремум: *х* = 2.

6. Интервалы возрастания и убывания функции.

Имеем 2 интервала монотонности функции: (-∞; 2) и (2; ∞).

На промежутках находим знаки производной. Где производная положительна - функция возрастает, где отрицательна - там убывает. Точки, в которых происходит смена знака и есть точки экстремума - где производная с плюса меняется на минус - точка максимума, а где с минуса на плюс - точки минимума.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| x = | 1 | 2 | 3 |
| y' = | -28 | 0 | 76 |

* Минимум функции в точке ( 2; -47).
* Максимума нет.
* Возрастает на промежутке: (2; ∞).
* Убывает на промежутке: (-∞; 2).

Отсюда определилась область значений функции:

- так как минимум функции в точке х = 2 равен у = -47,

 то E(f) = [-47; +∞).

7. Точки перегибов графика функции:

Найдем точки перегибов для функции, для этого надо решить уравнение y''=0 - вторая производная равняется нулю, корни полученного уравнения будут точками перегибов указанного графика функции:

y''(*x*4 *–* 32*x* + 1) = y'(4*x*3 – 32) = 12*x*2 = 0.

Отсюда имеем 1 решение: х = 0.

8. Интервалы выпуклости, вогнутости:

Имеем 2 интервала выпуклости, вогнутости:

*x* ϵ (-∞; 0) и (0; +∞).

Находим знаки второй производной на полученных промежутках.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| x = | -1 | 0 | 1 |
| y'' = | 12 | -4 | 12 |

Где вторая производная меньше нуля, там график функции выпуклый, а где больше - вогнутый: так как вторая производная функции на всей области определения положительна, то график только вогнутый.

8. Асимптоты.

Вертикальная асимптота: так как область определения функции - вся числовая ось, то нет вертикальной асимптоты.

Горизонтальные асимптоты графика функции:

Горизонтальную асимптоту найдем с помощью предела данной функции при x->+∞ и x->-∞. Соотвествующие пределы находим:

* lim *x*4 *–* 32*x* + 1, x->+∞ = ∞, значит, горизонтальной асимптоты справа не существует
* lim *x*4 *–* 32*x* + 1, x->-∞ = -∞, значит, горизонтальной асимптоты слева не существует

Наклонные асимптоты графика функции:

Наклонную асимптоту можно найти, подсчитав предел данной функции, деленной на x при .

Находим коэффициент k:



$$k=\lim\_{x\to \infty }\frac{x^{4}-32x^{ }+ 1}{x}=\infty .$$

Поскольку коэффициент k равен бесконечности, наклонных асимптот не существует.

8. Четность и нечетность функции:

Проверим функцию - четна или нечетна с помощью соотношений:

 f(-x) = f(x) и -f(x) = f(x). Итак, проверяем:

$$f\left(-x\right)=(-x)^{4}-32\left(-x\right)+1=x^{4}+32x+1\ne f\left(x\right)\ne -f(x).$$

3начит, функция является ни чётной, ни нечётной.