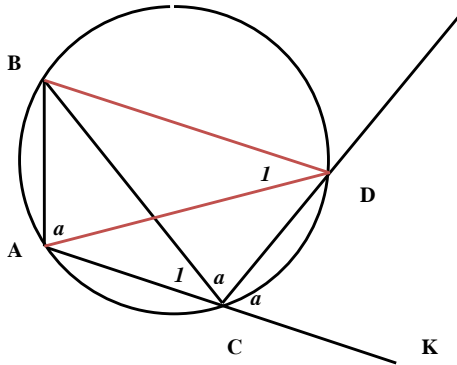


25. Биссектриса внешнего угла при вершине С треугольника ABC пересекает описанную окружность в точке D . Докажите, что $AD=BD$.

Доказательство.



По условию задачи CD — биссектриса угла BCK , тогда $\angle BCD = \angle DCK = a$.

$$\angle ACB + \angle BCD + \angle DCK = 180^\circ \Rightarrow \angle 1 + 2\angle a = 180^\circ.$$

Рассмотрим $\triangle ABD$. $\angle ACB = \angle ADB = \angle 1$; $\angle BAD = \angle BCD = \angle a$ — как опирающиеся на одни и те же дуги AB и BD соответственно. А сумма внутренних углов треугольника равна 180° . Поэтому: $\angle ADB + \angle BAD + \angle ABD = 180^\circ \Rightarrow \angle 1 + \angle a + \angle ABD = 180^\circ$.

$$\begin{cases} \angle 1 + 2\angle a = 180^\circ \\ \angle 1 + \angle a + \angle ABD = 180^\circ \end{cases} \Rightarrow \angle 1 + 2\angle a = \angle 1 + \angle a + \angle ABD \Rightarrow \angle ABD = \angle a \Rightarrow \angle BAD = \angle ABD = \angle a \Rightarrow \triangle ABD - \text{равнобедренный} \Rightarrow AD = BD \blacksquare$$