

1) График функции пересекает ось X при $f = 0$
значит надо решить уравнение:

$$2x^3 + 3x^2 - 1 = 0$$

$$2x^3 + 2x^2 + x^2 + x - x - 1 = 0$$

$$(2x^3 + 2x^2) + (x^2 + x) - (x + 1) = 0$$

$$(x + 1)(2x^2) + (x + 1)x - (x + 1)1 = 0$$

$$(x + 1)(2x^2 + x - 1) = 0$$

Случай 1 .

$$x + 1 = 0$$

$$x = -1$$

Случай 2 .

$$2x^2 + x - 1 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = 1^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-1) = 9$$

$$x_1 = \frac{-1 - 3}{2 \cdot 2} = -1 ;$$

$$x_2 = \frac{-1 + 3}{2 \cdot 2} = \frac{1}{2}$$

Точки пересечения с осью X: $(-1; 0)$; $(0,5; 0)$

2) График пересекает ось Y, когда x равняется 0:
подставляем $x = 0$ в $2x^3 + 3x^2 - 1$.

$$-1 + 2 \cdot 0^3 + 3 \cdot 0^2 = -1$$

Точка: $(0, -1)$

3) $D(y) = \mathbb{R}$

4) $E(y) = \mathbb{R}$

5) Проверим чётна или нечётна с помощью соотношений $f = f(-x)$ и $f = -f(-x)$.

Итак, проверяем:

$$2x^3 + 3x^2 - 1 = 2(-x)^3 + 3(-x)^2 - 1 = -2x^3 + 3x^2 - 1$$

значит, функция общего вида

Горизонтальные асимптоты

Горизонтальные асимптоты найдём с помощью пределов данной функции при $x \rightarrow +\infty$ и $x \rightarrow -\infty$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^3 + 3x^2 - 1) = -\infty$$

значит,
горизонтальной асимптоты слева не существует

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (2x^3 + 3x^2 - 1) = \infty$$

значит,
горизонтальной асимптоты справа не существует

6)

Наклонные асимптоты

Наклонную асимптоту можно найти, подсчитав предел функции $2x^3 + 3x^2 - 1$, делённой на x при $x \rightarrow +\infty$ и $x \rightarrow -\infty$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{1}{x} (2x^3 + 3x^2 - 1) \right) = \infty$$

значит,
наклонной асимптоты слева не существует

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{x} (2x^3 + 3x^2 - 1) \right) = \infty$$

значит,
наклонной асимптоты справа не существует

7)

Точки перегибов

Найдем точки перегибов, для этого надо решить уравнение

$$\frac{d^2}{dx^2} f(x) = 0$$

(вторая производная равняется нулю),
корни полученного уравнения будут точками перегибов для указанного графика функции:

$$\frac{d^2}{dx^2} f(x) =$$

$$6(2x + 1) = 0$$

Корни этого уравнения

$$x_1 = -\frac{1}{2}$$

Интервалы выпуклости и вогнутости:

Найдём интервалы, где функция выпуклая или вогнутая, для этого посмотрим, как ведет себя функция в точках перегибов:

Вогнутая на промежутках

$$[-1/2, \infty)$$

Выпуклая на промежутках

$$(-\infty, -1/2]$$

8)

Экстремумы функции

Для того, чтобы найти экстремумы, нужно решить уравнение

$$\frac{d}{dx} f(x) = 0$$

(производная равна нулю),

и корни этого уравнения будут экстремумами данной функции:

$$\frac{d}{dx} f(x) =$$

$$6x^2 + 6x = 0$$

Корни этого уравнения

$$x_1 = -1$$

$$x_2 = 0$$

Зн. экстремумы в точках:

$(-1, 0)$

$(0, -1)$

9)

Интервалы возрастания и убывания функции:

Найдём интервалы, где функция возрастает и убывает, а также минимумы и максимумы функции, для этого смотрим как ведёт себя функция в экстремумах при малейшем отклонении от экстремума:

Минимумы функции в точках:

$$x_2 = 0$$

Максимумы функции в точках:

$$x_2 = -1$$

Возрастает на промежутках

$(-\infty, -1] \cup [0, \infty)$

Убывает на промежутках

$[-1, 0]$

10)