$$y'' - y = \sin x.$$

1) Найдем общее решение соответсвующего однородного ур-я:

$$y'' - y = 0$$

Положим $y = e^{kx}$. $\Rightarrow k^2 - 1 = 0$

$$k = \pm 1$$

$$\tilde{y} = C_1 e^{-x} + C_2 e^{x}.$$

2) Рассмотрим $f(x) = \sin x = e^{0x}(\sin x)$

$$\alpha = 0; \; P_n(x) = \cancel{1}; \; R_n(x) = 0; \; \beta = 1$$

$$\bar{y} = A\cos x + B\sin x$$

$$y' = -A\sin x + B\cos x.$$

$$y'' = -A\cos x - B\sin x.$$

$$-A\cos x - B\sin x - A\cos x - B\sin x = \sin x$$

$$-2A\cos x - 2B\sin x = \sin x$$

$$\begin{cases} -2B = 1 \\ -2A = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} B = -1/2 \\ A = 0 \end{cases}.$$

$$\bar{y} = -\frac{1}{2}\sin x.$$

Общее решение неоднородного ур-я:

$$y = \tilde{y} + \bar{y} = C_1 e^{-x} + C_2 e^{x} - \frac{1}{2}\sin x$$