

$(m+1)x^2 - (m+3)x + 3-m = 0$ Найти m , чтобы $x_1^3 + x_2^3 \leq 2$
 Найдём допустимые значения m . Т.е. m при которых
 существует хотя бы 1 корень, т.е. $D \geq 0$

$$\Rightarrow (m+3)^2 - 4(3-m)(m+1) \geq 0$$

$$m^2 + 6m + 9 - 4(2m - m^2 + 3) \geq 0 \Rightarrow m^2 + 6m + 9 - 8m + 4m^2 - 12 \geq 0$$

$$\Rightarrow 5m^2 - 2m - 3 \geq 0 \quad m_1 = -0.6 \quad m_2 = 1$$

$$\Rightarrow m \in (-\infty; -0.6] \cup [1; +\infty)$$

Поделим квадратное уравнение на $m+1 \Rightarrow$

$$x^2 - \frac{m+3}{m+1}x + \frac{3-m}{m+1} = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = \frac{m+3}{m+1}, \quad x_1 x_2 = \frac{3-m}{m+1}$$

$$x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)(x_1^2 - x_1 x_2 + x_2^2) \quad (x_1 + x_2)^2 = x_1^2 + 2x_1 x_2 + x_2^2$$

$$\Rightarrow x_1^2 - x_1 x_2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 3x_1 x_2$$

$$\Rightarrow x_1^3 + x_2^3 = \left(\frac{m+3}{m+1} \right) \left(\left(\frac{m+3}{m+1} \right)^2 - \frac{3(3-m)}{m+1} \right) \leq 2 \quad (1)$$

Решаем полученное неравенство (1)

$$\frac{(m+3)}{(m+1)} \cdot \left(\frac{m^2 + 6m + 9 - 9 - 6m + 3m^2}{(m+1)^2} \right) \leq 2$$

$$\frac{(m+3) \cdot 4m^2}{(m+1)^3} \leq 2 \Rightarrow \frac{4m^3 + 12m^2 - 2(m+1)^3}{(m+1)^3} \leq 0$$

$$\frac{2m^3 + 6m^2 - 6m - 2}{(m+1)^3} \leq 0 \quad \frac{(m-1)(m^2 + 4m + 1)}{(m+1)^3} \leq 0 \quad m_1 = 1 \quad m_2 = -1$$

Решаем методом интервалов $\Rightarrow$

$$\Rightarrow m \in (-1, 1] \quad \text{но} \quad m \in (-\infty; -0.6] \cup [1; +\infty)$$



$\Rightarrow$ единственное целое значение $m = 1$

$$\text{Тогда } x_1 = x_2 = 1 \quad x_1^3 + x_2^3 = 1 + 1 \leq 2$$