

**МИНИСТЕРСТВО ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ИРКУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПУТЕЙ
СООБЩЕНИЯ**

Забайкальский институт железнодорожного транспорта

**Кафедра «Высшая математика
и прикладная информатика»**

**С.Н.Сас
Л.В.Васяк
Н.В.Пешков**

МАТЕМАТИКА

**Методические указания
по выполнению контрольных работ**

Чита 2016

МИНИСТЕРСТВО ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ИРКУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПУТЕЙ
СООБЩЕНИЯ

Забайкальский институт железнодорожного транспорта

Кафедра «Высшая математика
и прикладная информатика»

С.Н.Сас
Л.В.Васяк
Н.В.Пешков

МАТЕМАТИКА

Методические указания
по выполнению контрольных работ
для студентов заочной формы обучения
всех специальностей и направлений бакалавриата
(на правах рукописи)

Чита 2016

УДК 51
ББК В 1
С 20

Рецензент:

доцент кафедры «Высшая математика и прикладная информатика»
Забайкальского института железнодорожного транспорта

к.ф-м.н, доцент *Н.М.Курбатова*

Сас С.Н., Васяк Л.В., Пешков Н.В.,
С 20 Математика: методические указания по выполнению
контрольных работ для студентов заочной формы обучения всех
специальностей и направлений бакалавриата. – Чита: ЗаБИЖТ,
2017. – 33 с.

В работе приведены вопросы для самоподготовки, задания к
контрольным работам.

© Забайкальский институт железнодорожного
транспорта (ЗаБИЖТ), 2016

ВВЕДЕНИЕ

Математика является основой естественнонаучного знания инженера и имеет важное значение для успешного изучения и усвоения общетеоретических и специальных дисциплин, которые предусмотрены учебными планами различных специальностей.

Изучение математики интеллектуально обогащает студента, развивая в нем необходимую для будущего инженера гибкость и строгость мышления. В результате изучения математики у студентов развивается логическое и алгоритмическое мышление; они овладевают основными методами исследования и решения математических задач; кроме того, у студентов формируются умения самостоятельно расширять математические знания, правильно ориентироваться в практических заданиях, проводить математический анализ прикладных (инженерных) задач и применять математические знания для решения задач, связанных с будущей специальностью.

Настоящие указания предназначены для студентов-заочников всех специальностей и направлений бакалавриата и содержат общие рекомендации по самостоятельной работе над курсом математики, вопросы для самоподготовки, контрольные задания (десять вариантов) по основным темам, предусмотренными рабочей программой.

В соответствии с учебным планом студенты при изучении дисциплины «Математика» выполняют контрольные работы. ***Варианты контрольных заданий совпадают с последней цифрой учебного шифра.*** Номера задач для соответствующей специальности и направлений бакалавриата даны в таблице.

Решения всех задач и пояснения к ним должны выполняться самостоятельно, быть достаточно подробными и приводиться в последовательности, представленной в данной работе. При этом условие задачи должно быть полностью переписано перед ее решением. Чертежи и графики должны быть выполнены аккуратно и четко с указанием единиц масштаба, координатных осей и других элементов чертежа. Пояснения к задачам должны соответствовать тем обозначениям, которые даны на чертеже. Все вычисления, если не указано иного, не должны содержать приближенные значения. В конце каждой записи должен быть записан ответ.

Студент допускается к экзамену тогда, когда все контрольные работы зачтены. Если в процессе изучения материала или при решении той или иной задачи у студента возникают вопросы, на которые он не может ответить сам, то можно обратиться к преподавателю для получения консультации.

Таблица

Разделы дисциплины	Номера заданий для контрольных работ						38.03.03 (УП)		
	23.056.04 (ЭЖД)		23.05.06 (СЖД)		23.05.05 (СОД) 23.05.03 (ПСЖ)				
Линейная алгебра	1 семестр	1 кр	1-10	1 семестр	1 кр	1-10	1 семестр	1 кр	1-10
Аналитическая геометрия			11-20			11-20			11-20
			21-30			21-30			21-30
Введение в математический анализ	2 кр	41-50	31-40	2 кр	41-50	31-40	2 кр	41-50	31-40
			51-60			51-60			51-60
Дифференциальное исчисление	2 кр	61-70	71-80	2 кр	61-70	71-80	2 кр	61-70	71-80
			81-90			81-90			81-90
			91-100			91-100			91-100
Интегральное исчисление	3 кр	101-110	111-120	3 кр	101-110	111-120	3 кр	101-110	111-120
			121-130			121-130			121-130
Дифференциальное исчисление функц. неск. переменных	3 кр	131-140	141-150	3 кр	131-140	141-150	3 кр	131-140	131-140
			151-160			151-160			151-160
Интегральное исчисление функций нескольких переменных	2 семестр	4 кр	-	2 семестр	4 кр	161-170	2 семестр	4 кр	161-170
Векторный анализ и теория поля			171-180			171-180			171-180
			181-190			181-190			181-190
Дифференциальные уравнения	4 кр	191-200	201-210	4 кр	191-200	201-210	4 кр	191-200	201-210
			211-220			211-220			211-220
Теория функций комп. переменной	3 семестр	5 кр	-	3 семестр	5 кр	221-230	3 семестр	5 кр	221-230
Операционное исчисление			231-240			231-240			231-240
			241-250			241-250			241-250
Ряды			251-260			251-260			251-260
Ряды Фурье			261-270			261-270			261-270
Дискретная математика	271-280	271-280	271-280						
Теория вероятностей и матем. статистика	6 кр	281-290	291-300	6 кр	281-290	291-300	6 кр	281-290	291-300
			301-310			301-310			301-310
Матем. программирование	6 кр	311-320	321-330	6 кр	311-320	321-330	6 кр	311-320	321-330
			-			321-330			321-330

1. ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПОДГОТОВКИ

Линейная алгебра

1. Комплексные числа. Геометрическое истолкование комплексного числа. Модуль и аргумент комплексного числа. Алгебраическая, тригонометрическая и показательная форма комплексного числа. Операции над комплексными числами. Формула Муавра.

2. Определители второго и третьего порядков, их свойства. Алгебраические дополнения и миноры. Определители n-го порядка.

3. Матрицы. Действия над матрицами. Обратная матрица.

4. Однородные и неоднородные системы линейных алгебраических уравнений. Теорема Кронекера-Капелли. Решение системы методами Крамера, Гаусса, методом обратной матрицы.

Аналитическая геометрия

1. Векторы. Линейные операции над векторами. Линейно зависимые и линейно независимые векторы. Базис. Разложение вектора по базису. Действия над векторами в координатной форме. Длина (модуль), направляющие косинусы вектора.

2. Скалярное, векторное, смешанное произведения векторов. Геометрическое истолкование произведений векторов. Угол между векторами, условие коллинеарности векторов.

3. Прямая линия на плоскости, основные виды уравнений. Угол между прямыми, условия параллельности и перпендикулярности прямых. Расстояние от точки до прямой.

4. Плоскость, основные виды уравнений. Угол между плоскостями. Условия параллельности и перпендикулярности плоскостей.

5. Прямая линия в пространстве, основные виды уравнений. Угол между прямыми, условия параллельности и перпендикулярности прямых в пространстве.

6. Взаимное расположение плоскости и прямой. Угол между прямой и плоскостью, условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости.

7. Общее уравнение кривых второго порядка. Канонические формы уравнений эллипса, гиперболы и параболы. Их геометрические свойства.

8. Поверхности второго порядка. Канонические формы уравнений. Исследование поверхностей второго порядка методом сечений.

9. Полярные координаты, их связь с декартовыми. Построение точек и кривых в полярной системе координат.

Введение в математический анализ

1. Понятие функции. Способы задания функции. Свойства функции.
2. Числовая последовательность, предел числовой последовательности. Существование предела монотонной ограниченной последовательности. Предел функции на бесконечности. Односторонние пределы функции. Предел функции в точке.
3. Бесконечно малые и бесконечно большие функции, связь между ними, свойства бесконечно малых функций. Сравнение бесконечно малых. Эквивалентные бесконечно малые.
4. Определение непрерывности функции. Свойства непрерывных функций. Точки разрыва. Классификация точек разрыва.

Дифференциальное исчисление

1. Понятие приращения аргумента и приращение функции. Определение производной, ее физический и геометрический смысл. Основные правила дифференцирования функций. Производная сложной функции.
2. Производная параметрически заданной функции, неявно заданной функции. Логарифмическое дифференцирование.
3. Дифференцируемость функций. Дифференциал функции. Связь дифференциала с производной. Применение дифференциала к приближенным вычислениям.
4. Производные и дифференциалы высших порядков. Физический смысл производной второго порядка.
5. Основные теоремы дифференциального исчисления: Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши. Правило Лопиталя.
6. Формула Тейлора. Приложения формулы Тейлора.
7. Условия возрастания и убывания функций. Точки экстремума. Необходимые и достаточные условия существования экстремума.
8. Общая схема исследования функции. Построение графика.

Интегральное исчисление

1. Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица основных интегралов. Простейшие приемы интегрирования.
2. Замена переменной в неопределенном интеграле, интегрирование по частям.
3. Интегрирование рациональных дробей, иррациональных функций и тригонометрических выражений.
4. Определенный интеграл. Задачи, приводящие к определенному интегралу. Геометрический и механический смысл определенного

интеграла. Основные свойства определенного интеграла. Формула Ньютона Лейбница.

5. Замена переменной в определенном интеграле, интегрирование по частям.

6. Несобственные интегралы I и II рода, их свойства и вычисление.

7. Применение определенных интегралов в геометрии и физике: вычисление площади, объема и площади поверхности тела вращения, длины дуги, пройденного пути, работы силы и др.

Функции нескольких переменных

1. Понятие функции нескольких переменных, область определения. Предел функции нескольких переменных. Непрерывность.

2. Частные производные. Дифференцируемость функции нескольких переменных. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Дифференцируемость сложной функции. Замена переменных. Первый дифференциал.

3. Производная по направлению. Градиент. Производные и дифференциалы высших порядков.

4. Экстремум функции нескольких переменных. Неявные функции. Условный экстремум.

5. Геометрические приложения дифференциального исчисления.

Кратные и криволинейные интегралы

1. Двойной интеграл и его основные свойства. Вычисление двойных интегралов: повторное интегрирование и замена переменных.

2. Тройные и n -кратные интегралы. Их свойства и способы вычисления. Геометрические приложения.

3. Криволинейные интегралы. Длина дуги кривой. Криволинейные интегралы первого и второго рода.

4. Поверхностные интегралы первого и второго рода.

Дифференциальные уравнения

1. Понятие дифференциального уравнения. Примеры физических задач, приводящих к дифференциальным уравнениям.

2. Дифференциальные уравнения первого порядка. Основные определения и понятия. Задача Коши. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.

3. Однородные дифференциальные уравнения и уравнения, приводящиеся к однородным. Линейные дифференциальные уравнения. Уравнения Бернулли. Дифференциальные уравнения в полных дифференциалах, интегрирующий множитель.

4. Дифференциальные уравнения высших порядков. Основные определения и понятия. Задача Коши. Уравнения, допускающие понижение порядка.

5. Линейные уравнения n -го порядка и их свойства. Общее решение однородного уравнения. Общее решение неоднородного уравнения. Методы построения частного решения неоднородного уравнения. Уравнения с постоянными коэффициентами.

6. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений.

Теория функций комплексной переменной

1. Комплексные числа. Комплексная переменная и функции комплексной переменной. Предел функции, понятие непрерывной функции комплексной переменной.

2. Дифференцируемость функций комплексной переменной и условия Коши-Римана. Аналитические функции комплексной переменной. Интеграл по комплексной переменной. Теорема Коши.

3. Ряды аналитических функций. Степенные ряды. Теорема Тейлора. Ряд Лорана. Изолированные особые точки аналитических функций.

4. Теория вычетов. Вычисление интегралов с помощью теории вычетов. Основная теорема высшей алгебры.

5. Конформные отображения. Дробно-линейное отображение. Связь аналитических функций комплексной переменной с гармоническими функциями. Физические приложения теории аналитических и гармонических функций.

6. Понятие преобразования Лапласа.

Ряды

1. Числовые ряды. Сумма ряда. Признаки сходимости знакоположительных рядов.

2. Знакопередающиеся ряды. Абсолютная и условная сходимость. Признак Лейбница.

3. Функциональные последовательности и ряды. Равномерная сходимость.

4. Степенные ряды. Радиус и интервал сходимости степенного ряда.

5. Ряды Фурье. Интеграл Фурье.

Векторный анализ

1. Скалярное поле. Векторное поле.

2. Основные операции векторного анализа. Формулы Грина, Остроградского, Стокса.

3. Соленоидальные и потенциальные поля. Выражение основных операций векторного анализа в криволинейных ортогональных координатах.

Дискретная математика

1. Множество. Способы задания множеств. Подмножества. Булеан. Операции над множествами, их свойства. Диаграммы Венна. Декартово произведение множеств. Отношения между множествами, их свойства.

2. Комбинаторные задачи. Основные правила комбинаторики. Размещения, сочетания, перестановки.

3. Булева алгебра. Аксиомы булевой алгебры. Дизъюнктивные и конъюнктивные формы булевых функций. Теоремы поглощения, склеивания, де Моргана. Карта Вейча.

4. Графы. Основные определения. Классификация графов. Способы задания графов. Маршруты, цепи и циклы. Изоморфизм, гомеоморфизм графов

5. Эйлеровы графы, эйлеровы циклы. Гамильтоновы графы, гамильтоновы циклы. Дерево, лес. Плоские и планарные графы. Формула Эйлера.

Теория вероятностей и математическая статистика

1. Аксиоматика теории вероятностей. Случайные события, операции над событиями и отношения между ними. Классическое определение вероятности. Геометрические вероятности.

2. Определение условной вероятности. Независимость событий. Теорема о полной вероятности. Формулы Байеса. Последовательность независимых испытаний, схема Бернулли. Предельные теоремы Муавра—Лапласа и Пуассона.

3. Определение случайной величины. Функция распределения случайной величины и ее свойства. Непрерывные и дискретные распределения. Примеры распределений: нормальное, пуассоновское, биномиальное, равномерное, показательное.

4. Математическое ожидание, дисперсия и другие моменты случайных величин; их свойства. Ковариация, коэффициент корреляции.

5. Закон больших чисел. Неравенство Чебышева. Закон больших чисел для последовательности независимых случайных величин. Теорема Чебышева.

6. Предельные теоремы. Центральная предельная теорема для суммы одинаково распределенных слагаемых. Теорема Ляпунова.

7. Цепи Маркова. Определение. Вероятности перехода. Теорема о предельных вероятностях (без доказательства). Вычисление предельных вероятностей. Стационарное распределение.

8. Математическая статистика. Выборки. Точечные оценки неизвестных параметров распределения по выборке, понятия состоятельности и несмещенности оценок. Понятие о доверительных интервалах и статической проверке гипотез.

9. Элементы корреляционного анализа. Основные свойства регрессии. Уравнения линейной регрессии. Теснота связи и ее оценка по коэффициенту корреляции. Понятие о нелинейной регрессии. Корреляционное отношение.

10. Системы массового обслуживания.

Элементы математического программирования

1. Экономико-математические модели. Задачи о рентабельности производства, о смесях, о раскрое материалов, о размещении заказа, об использовании мощностей. Транспортная задача.

2. Общая задача линейного программирования (ЗЛП): основные понятия. Различные формы записи ЗЛП. Приведение ЗЛП к каноническому виду.

3. Выпуклые множества точек: основные понятия. Выпуклые множества в мерном пространстве. Геометрическая интерпретация ЗЛП. Свойства решений ЗЛП.

4. Графическое решение ЗЛП: постановка и алгоритм графического метода решения ЗЛП.

5. Системы линейных уравнений: элементарные преобразования системы, метод Жордана-Гаусса и его алгоритм. Неотрицательное базисное решение. Операция однократного замещения.

6. Симплексный метод решения ЗЛП: геометрическая интерпретация, симплексные таблицы и их заполнение. Теоретическое обоснование симплексного метода: теоремы, лежащие в основе этого метода. Алгоритм симплексного метода. Метод искусственного базиса и особенности его алгоритма.

7. Теория двойственности. Задача использования сырья. Виды двойственных задач. Правила составления двойственных задач. Теоремы двойственности. Связь между решениями взаимно-двойственных задач.

8. Транспортная задача. Общая постановка задачи. Закрытая и открытая задачи. Обоснование решения транспортной задачи. Нахождения первоначального опорного плана: метод северо-западного угла, метод минимальной стоимости. Метод потенциалов. Критерий оптимальности решения транспортной задачи. Алгоритм метода потенциалов.

2. ЗАДАНИЯ К КОНТРОЛЬНЫМ РАБОТАМ

1-10. Дано комплексное число a . Требуется: 1) записать число a в алгебраической, тригонометрической и показательной формах; 2) изобразить его на координатной плоскости.

1. $\frac{1}{\sqrt{3}-i}$

2. $\frac{4}{\sqrt{3}+i}$

3. $\frac{2\sqrt{2}}{1+i}$

4. $\frac{-4}{1-\sqrt{3}i}$

5. $\frac{1}{\sqrt{3}+i}$

6. $\frac{2\sqrt{2}}{1-i}$

7. $\frac{-2\sqrt{2}}{1+i}$

8. $\frac{4}{1-\sqrt{3}i}$

9. $\frac{-2\sqrt{2}}{1-i}$

10. $\frac{-4}{\sqrt{3}-i}$

11–20. Проверить совместность системы уравнений и в случае совместности решить ее: а) по формулам Крамера; б) методом обратной матрицы; в) методом Гаусса.

11.
$$\begin{cases} 5x + 8y - z = -7 \\ x + 2y + 3z = 1 \\ 2x - 3y + 2z = 9 \end{cases}$$

12.
$$\begin{cases} x + 2y + z = 4 \\ 3x - 5y + 3z = 1 \\ 2x + 7y - z = 8 \end{cases}$$

13.
$$\begin{cases} 3x + 4y + 2z = 9 \\ 2x - y - 3z = -2 \\ x + 5y + z = 7 \end{cases}$$

14.
$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 7 \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 0 \\ 2x_2 - x_3 = 2 \end{cases}$$

15.
$$\begin{cases} 11x + 3y - z = 2 \\ 2x + 5y - 5z = 0 \\ x + y + z = 2 \end{cases}$$

16.
$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 5 \\ 3x_1 + 4x_2 - x_3 = 3 \\ 4x_1 + 5x_2 - 2x_3 = 3 \end{cases}$$

17.
$$\begin{cases} x - 2y - 2z = 3 \\ x + y - 2z = 0 \\ x - y - z = 1 \end{cases}$$

18.
$$\begin{cases} 2x + 3y + z = 1 \\ x + z = 0 \\ x - y - z = 2 \end{cases}$$

19.
$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - 2x_3 = -1 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 6 \\ x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 1 \end{cases}$$

20.
$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = -4 \\ x_1 + 3x_2 - x_3 = 2 \\ 5x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \end{cases}$$

21-30. Даны точки $A, B, C, D(a;0)$ (где a – номер варианта). Найти 1) длину AB ; 2) уравнения прямых AB и AD , а также их угловые коэффициенты; 3) найти уравнение прямой параллельной AC и проходящей через точку D ; 4) внутренний угол A в радианах. Сделать чертеж.

21. $A(1;-6), B(-8;6), C(-13;-4)$.

22. $A(-2;-9), B(7;3), C(12;-7)$.

23. $A(3;7), B(-6;-5), C(-11;5).$

24. $A(-4;8), B(5;-4), C(10;6).$

25. $A(5;-8), B(-4;4), C(-7;7).$

26. $A(-6;-7), B(3;5), C(8;-5).$

27. $A(7;9), B(-2;-3), C(-7;7).$

28. $A(-8;6), B(1;-6), C(6;4).$

29. $A(9;-10), B(0;2), C(-5;-8).$

30. $A(-10;-5), B(-1;7), C(4;-3).$

31–40. Привести к каноническому виду уравнения линий второго порядка. Определить: 1) тип кривых; 2) координаты фокусов и вершин; 3) эксцентриситеты; 4) уравнения асимптот, если они имеются; 5) сделать чертёж.

31. $9x^2 + 4y^2 - 72x - 8y + 112 = 0$

32. $25x^2 + 9y^2 + 100x - 54y - 44 = 0$

33. $16x^2 - 9y^2 + 64x + 36y - 116 = 0$

34. $x^2 + y^2 - 6x + 2y - 15 = 0$

35. $-25x^2 + 4y^2 + 50x + 16y - 109 = 0$

36. $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 11 = 0$

37. $4x^2 + 9y^2 - 16x - 18y - 11 = 0$

38. $y^2 - 3x - 2y + 1 = 0$

39. $-9x^2 + 4y^2 - 72x - 8y - 176 = 0$

40. $x^2 + 2x + 2y + 1 = 0$

41–50. Найти область определения функции.

41. $y = \sqrt{\frac{4x+6}{1-3x}} + \arcsin \frac{x}{2}.$

42. $y = \frac{x}{\lg(x-2)} + \sqrt{7-x}.$

43. $y = \frac{\sqrt{x^2+x-6}}{x^2-4} + \arcsin \frac{x}{3}.$

44. $y = \lg(-x^2 - 3x + 10).$

45. $y = 2^{-\lg(x+2)} \arcsin \frac{x}{5}.$

46. $y = 6^{\sqrt{x-1}} + \frac{1}{\sqrt{4-x}}.$

47. $y = \frac{\sqrt{x-6}}{x^2-9} + \cos \frac{x}{3}.$

48. $y = \frac{1}{3 - \log_2(x-3)} + \arcsin \frac{x}{8}.$

49. $y = \log_2(\log_3(x-1)).$

50. $y = \sqrt{x^2 + 4x - 5} \cdot \lg(x-3).$

51–60. Вычислить пределы, не используя правило Лопиталья.

51. 1) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{3x^2 + x - 4}{4x - x^2 - 3}$;

a) $x_0 = -1$;

б) $x_0 = 1$;

в) $x_0 = \infty$;

2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x \cos 7x}{\sin 2x}$.

53. 1) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^2 - x - 10}{x^2 + 3x + 2}$;

a) $x_0 = 2$;

б) $x_0 = -2$;

в) $x_0 = \infty$;

2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \operatorname{tg} 3x}{\sin^2 2x}$.

55. 1) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2 - 3x + 2}{4 - x - 3x^2}$;

a) $x_0 = -1$;

б) $x_0 = 1$;

в) $x_0 = \infty$;

2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{2x \cos 3x}$.

57. 1) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^2 + x - 1}{x^2 - 3x - 4}$;

a) $x_0 = 2$;

б) $x_0 = -1$;

в) $x_0 = \infty$;

2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2x}{\sin 3x}$.

59. 1) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{4x^2 - 5x + 1}{3x - x^2 - 2}$;

a) $x_0 = -1$;

52. 1) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^2 - 7x + 6}{6 - x - x^2}$;

a) $x_0 = -1$;

б) $x_0 = 2$;

в) $x_0 = \infty$;

2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x \cdot \operatorname{tg} 4x}{x^2}$.

54. 1) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2 + 5x + 4}{2x^2 - 3x + 5}$

a) $x_0 = -2$;

б) $x_0 = -1$;

в) $x_0 = \infty$;

2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x}{\operatorname{tg} 2x}$.

56. 1) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2 - 6x - 7}{3x^2 + x - 2}$;

a) $x_0 = -2$;

б) $x_0 = -1$;

в) $x_0 = \infty$;

2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 8x}{\operatorname{tg} 5x}$.

58. 1) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2 + 5x + 6}{3x^2 - x - 14}$;

a) $x_0 = 2$;

б) $x_0 = -2$;

в) $x_0 = \infty$;

2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x \cdot \operatorname{tg} 4x}{\sin^2 6x}$.

60. 1) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2 - 3x + 2}{14 - x - 3x^2}$;

a) $x_0 = 1$;

б) $x_0 = 1$;

б) $x_0 = 2$;

в) $x_0 = \infty$;

в) $x_0 = \infty$;

2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x \cos 5x}{\sin 3x}$.

2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x \cdot \operatorname{tg} 3x}{x^2}$.

61–70. Найти производные данных функций.

61. а) $y = (x^4 + 3\sqrt[3]{x} + 1)^2$; б) $y = \frac{\operatorname{ctgx}}{e^x}$; в) $y = 2^{\sin x} \arcsin 2x$;

г) $\cos x - \operatorname{arctg} y = 0$; д) $y = \operatorname{In} \cos 5x$.

62. а) $y = (x^2 - 5\sqrt[5]{x} + 4)^4$; б) $y = \frac{x^3}{e^x}$; в) $y = \operatorname{Intg} x^2$;

г) $x^2 + y^2 - 2y = 0$; д) $y = 4^{\cos x} \operatorname{arctg} 2x$.

63. а) $y = (3x^2 - \frac{1}{4x^4} + 2)^2$; б) $y = \frac{\cos 3x}{x^2}$; в) $y = 3^{\operatorname{tg} x} \arcsin(x^3)$;

г) $\cos x + y^3 = 0$; д) $y = \arcsin \operatorname{In} 3x$.

64. а) $y = (x^3 - 3\sqrt[4]{x^3} + 2)^3$; б) $y = \frac{\operatorname{arctg} 7x}{x^2}$; в) $y = e^{x^3} \operatorname{tg} 3x$

г) $\cos x + \operatorname{In} y = 0$; д) $y = \operatorname{In} \sin 4x$.

65. а) $y = (x^5 - 3\sqrt[3]{x} + 1)^5$; б) $y = \frac{\cos 6x}{\sin 3x}$; в) $y = \sin \operatorname{In} 3x$;

г) $\operatorname{ctg} y + \operatorname{In} x = 0$; д) $y = e^{\operatorname{ctg} x} \cos 5x$.

66. а) $y = (2x^5 - \frac{1}{3x^3} - 6)^5$; б) $y = \frac{x^2}{2^x}$; в) $y = \sin \operatorname{In} 6x$;

г) $x^2 + \cos x + y = 0$; д) $y = e^{\operatorname{ctg} x} \cdot \sin 6x$.

67. а) $y = (3x^2 - \frac{2}{\sqrt{x}} + 7)^3$; б) $y = \frac{\sin 2x}{\cos 5x}$; в) $y = 2^{8x} \operatorname{tg} 2x$;

г) $7x - \cos x + y^2 = 0$; д) $y = \arcsin \operatorname{In} 7x$.

68. а) $y = (3x^3 - 3\sqrt[3]{x^2} - 1)^2$; б) $y = \frac{\arcsin 3x}{x^2}$; в) $y = 2^{3x} \operatorname{tg} 8x$;

г) $7 - \operatorname{tg} x + y^2 = 0$; д) $y = \cos \operatorname{In} 8x$.

69. а) $y = (3x - 3\sqrt[3]{x} + 2)^4$; б) $y = \frac{\operatorname{tg} x}{x^2}$; в) $y = \operatorname{In} \operatorname{arctg} 9x$;

г) $7x - e^x + y = 0$; д) $y = \cos 3x \cdot e^{\sin x}$.

70. а) $y = (x^2 - \frac{1}{3x^3} + 2\sqrt{x})^4$; б) $y = \frac{\arcsin 7x}{e^x}$; в) $y = e^{tgx} \ln 2x$;
 г) $x^3 - \sin x + y = 0$; д) $y = \cos \sqrt{x^2 + 3}$.

71–80. В задачах 71-80 задан закон $s(t)$ изменения пути движения материальной точки; нужно найти значения скорости и ускорения этой точки в момент времени t_0 :

71. $s(t) = t^4 - 3t^2 + t - 1$; $t_0 = 2$. 72. $s(t) = t^4 - 3t^2 + 2t + 3$; $t_0 = 2$.
 73. $s(t) = t^4 + 4t^2 - 5t - 3$; $t_0 = 1$. 74. $s(t) = t^4 - t^2 + 2t + 4$; $t_0 = 1$.
 75. $s(t) = t^4 + t^2 - 2t + 5$; $t_0 = 2$. 76. $s(t) = t^4 - 2t^2 + t - 8$; $t_0 = 2$.
 77. $s(t) = t^4 + 2t^2 - 7t + 9$; $t_0 = 1$. 78. $s(t) = 3t^4 + 2t^2 - t + 1$; $t_0 = 1$.
 79. $s(t) = t^4 - 3t^2 + t - 9$; $t_0 = 2$. 80. $s(t) = t^4 + t^2 - 2t + 1$; $t_0 = 1$.

81–90. Провести полное исследование функции и построить график.

81. $y = 4x^5 - 5x^4 + 1$ 82. $y = x^4 + 4x^3$ 83. $y = -6x^2 - 2x^3$
 84. $y = 3x^4 + 4x^3 - 12x^2$ 85. $y = 4x^2 - x^3$ 86. $y = x^3 + 4x^2 + 4x$
 87. $y = x^4 - 9x^2$ 88. $y = 3x^2 - x^3$ 89. $y = 2x^4 - 5x^2$ 90. $y = x^2 + 2x^3$

91–100. Найти неопределенные интегралы. Результат проверить дифференцированием.

91. а) $\int (4x^3 + 1) dx$; б) $\int \frac{\sin x dx}{\cos^2 x}$; 92. а) $\int (5\sqrt[3]{x^2} + 1) dx$ б) $\int \frac{xdx}{4x^2 + 1}$;
 в) $\int xe^{2x} dx$. в) $\int x \cos x dx$.
 93. а) $\int (\frac{3}{x^4} + 2) dx$; б) $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{5x+1}}$; 94. а) $\int (4 + 3\sqrt{x}) dx$; б) $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{2x^3 + 1}}$;
 в) $\int 3x \ln x dx$. в) $\int x \sin 2x dx$.
 95. а) $\int (6x^5 - \frac{2}{x^6}) dx$; 96. а) $\int (5\sqrt[3]{x^2} + 3) dx$;
 б) $\int \frac{xdx}{\sqrt{1-9x^2}}$; в) $\int \ln x dx$. б) $\int xe^{4x} dx$; в) $\int x \sin 3x dx$.

97. а) $\int (x^3 - 4\sqrt[3]{x}) dx;$

б) $\int \frac{x^2 dx}{x^3 + 1};$ в) $\int xe^{3x} dx.$

98. а) $\int \left(\frac{2}{\sqrt[3]{x^2}} + 1 \right) dx;$

б) $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{3x-1}};$ в) $\int x \cos 2x dx.$

99. а) $\int \left(x^5 - \frac{1}{2x} \right) dx;$

б) $\int \frac{xdx}{1+25x^2};$ в) $\int x \sin x dx.$

100. а) $\int \left(5x^4 - \frac{1}{x^2} \right) dx;$

б) $\int \sin^5 x \cos x dx;$ в) $\int x \ln x dx$

101–110. Вычислить определенные интегралы.

101. $\int_1^3 \left(2x - \frac{1}{2x^2} \right) dx$ 102. $\int_1^9 \left(\sqrt{x} - \frac{1}{4x} \right) dx$ 103. $\int_0^8 \left(2x - 4\sqrt[3]{x} \right) dx$ 104. $\int_1^3 \left(5x^4 - \frac{1}{x^2} \right) dx$

105. $\int_1^2 \left(6x^5 - \frac{2}{x} \right) dx$ 106. $\int_0^1 \left(4x^3 - 5\sqrt[3]{x^2} \right) dx$ 107. $\int_1^4 \left(3x^2 - \frac{1}{2\sqrt{x}} \right) dx$ 108. $\int_1^{27} \left(x - \frac{2}{\sqrt[3]{x^2}} \right) dx$

109. $\int_1^2 \left(x^5 - \frac{1}{2x} \right) dx$ 110. $\int_0^1 \left(x^4 - 5\sqrt[3]{x^2} \right) dx$

111–120. Вычислить площадь фигуры, ограниченной заданными кривыми. Выполнить чертеж.

111. $y = \arccos x; y = 0; x = 0.$

112. $xy = 4; y = 1; y = 4; x = 0.$

113. $y^2 = 2x + 4, x = 0; y = 0.$

114. $y = \sin x; y = \cos x.$

115. $y = \sin x, y = 0; x = \pi.$

116. $y = \frac{x^2}{2}, y = 0; x = 2.$

117. $y = \ln x, x = e; y = 0.$

118. $y = x^2 + 4x; y = x + 4$

119. $y = \frac{x^2}{4}; y = 3x - \frac{x^2}{2}.$

120. $y = -x^2; x + y + 2 = 0.$

121–130. Для заданной функции $z = z(x, y)$ найти: частные производные первого порядка z'_x и z'_y .

121. $z = x^2y + \arctgy$

122. $z = x^3y^2 - e^{xy}$

123. $z = x^2y^3 - \arcsinx$

124. $z = x^2y^3 - xtgy$

125. $z = x^3y^2 + \sqrt{x^2 + y^2}$

126. $z = xy^3 + \operatorname{In} \cos x$

127. $z = x^3y - \ln(x^2 + y)$

128. $z = xy^2 + \sin(x + 5y)$

129. $z = xy^3 + e^{\sin y}$

130. $z = x^2y^3 - \ln(x^2 + y^2)$

131–140. Составить уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности $z = f(x, y)$ в точке $M(x_0, y_0)$.

131. $z = 3x^2 + 3xy + 4y^2$ в точке $M(1, 2)$

132. $z = 3x^2 + y^2 + 2x + y$ в точке $M(-2, 1)$

133. $z = 2x^2 + y^2 - 5x + 6y$ в точке $M(-2, 1)$

134. $z = 3x^2 - 2y^2 + 3x^3y$ в точке $M(2, 1)$

135. $z = 3x^2 + 4y^2 + 7x^3y$ в точке $M(1, 1)$

136. $z = xy - 2x + 5y^2 + 1$ в точке $M(2, -1)$

137. $z = 2xy - 3x^3 + 5y^2 + 7$ в точке $M(2, -3)$

138. $z = 2x^2 + 4xy^2 + 4yx$ в точке $M(1, 0)$

139. $z = x^2 - 2xy + 4y^2$ в точке $M(-1, 1)$

140. $z = x^3 + y^2 + 3x^2y$ в точке $M(0, 1)$

141–150. Вычислить двойной интеграл по области D .

141. $\iint_D xy dx dy$. $D: y = x^2; y = 2x$.

142. $\iint_D (y - x) dx dy$. $D: y = x^2; y = x$.

143. $\iint_D x^2 y dx dy$. $D: y = 2 - x; y = x; x = 0$.

$$144. \iint_D (x^2 + y) dx dy. D: y = x^2; y^2 = x.$$

$$145. \iint_D (1 + y) dx dy. D: 5y = x; x = y^2.$$

$$146. \iint_D (x^3 - 2y) dx dy. D: y = x^2 - 1; x = 0; y = 0.$$

$$147. \iint_D (xy - y) dx dy. D: y = 5x; y = x; x = 3.$$

$$148. \iint_D (x + y) dx dy. D: y = x^2 - 1; y = -x^2 + 1.$$

$$149. \iint_D (x + y) dx dy. D: y^2 = x; x = 2; y = 2x.$$

$$150. \iint_D (xy - 2y) dx dy. D: y = x; x = 2; y = 2x.$$

151-160. В задачах 151 – 160 найти работу силы при перемещении вдоль линии L от точки M к точке N .

$$\vec{F} = x^2 y \vec{i} + x y^2 \vec{j},$$

151. L : отрезок MN ,
 $M(2,0), N(0,2)$.

$$\vec{F} = (x + y) \vec{i} + (x - y) \vec{j},$$

152. L : отрезок MN ,
 $M(-1,1), N(1,1)$.

$$\vec{F} = y^2 \vec{i} - x^2 \vec{j},$$

153. L : отрезок MN ,
 $M(3,0), N(0,3)$.

$$\vec{F} = (x^2 + 2y) \vec{i} + (y^2 + 2x) \vec{j},$$

154. L : отрезок MN ,
 $M(-4,0), N(0,2)$.

$$\vec{F} = xy \vec{i} + 2y \vec{j},$$

155. L : отрезок MN ,
 $M(1,0), N(0,1)$.

$$\vec{F} = y \vec{i} - x \vec{j},$$

156. L : отрезок MN ,
 $M(1,0), N(-1,0)$.

$$\vec{F} = x^2 y \vec{i} - y \vec{j},$$

157. L : отрезок MN ,
 $M(-1,0), N(0,1)$.

$$\vec{F} = (xy - y^2) \vec{i} + x \vec{j},$$

158. L : отрезок MN ,
 $M(0,0), N(1,2)$.

$$\vec{F} = (x^2 - 2y) \vec{i} + (y^2 - 2x) \vec{j},$$

159. L : отрезок MN ,
 $M(-4,0), N(0,2)$.

$$\vec{F} = (x + y)^2 \vec{i} - (x^2 + y^2) \vec{j},$$

160. L : отрезок MN ,
 $M(1,0), N(0,1)$.

161–170. Найти градиент и производную по направлению в точке A .

$$161. z = x^2 + xy + y^2, A(2; 1), \vec{a} = 3\vec{i} - 2\vec{j}$$

$$162. z = \arctg(xy^2), A(2; 3), \vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$$

$$163. z = \ln(x^2 + 2y^2), A(1; 1), \vec{a} = 3\vec{i} + 2\vec{j}$$

$$164. z = 4x^2y^2 + 3y^2x, A(1; 1), \vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j}$$

$$165. z = \arcsin \frac{x}{x+y}, A(1; 1), \vec{a} = 4\vec{i} + 2\vec{j}$$

$$166. z = \ln(6x^2 + 3y), A(1; 4), \vec{a} = 2\vec{i} - \vec{j}$$

$$167. z = \arcsin \frac{x^2}{y}, A(1; 2), \vec{a} = 5\vec{i} - 12\vec{j}$$

$$168. z = \ln(8x^2 + 4y^2), A(1; 1), \vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j}$$

$$169. z = 3x^4 + x^2y^3, A(-1; 2), \vec{a} = 4\vec{i} - 3\vec{j}$$

$$170. z = \arctg \frac{x}{y}, A(1; 1), \vec{a} = -4\vec{i} + 3\vec{j}$$

171–180. Определить тип и найти общие интегралы дифференциальных уравнений.

$$171. \text{ а) } (2xy + x) dx - (x^2 + 1)dy = 0;$$

$$\text{ б) } xy' = y \ln \frac{y}{x} - y.$$

$$173. \text{ а) } (1 + y^2) dx - \frac{1}{3} xy dy = 0;$$

$$\text{ б) } xy' - y = e^{\frac{3y}{x}} \cdot x.$$

$$175. \text{ а) } y' = 5e^{x+y};$$

$$\text{ б) } xy' - y + 5x \cos^2 \frac{y}{x} = 0.$$

$$177. \text{ а) } 7y \ln y dx + x dy = 0;$$

$$\text{ б) } x^2 y' = xy - 7y^2.$$

$$179. \text{ а) } (6x + 2xy^2) dx - (9y + 3x^2 y) dy = 0;$$

$$\text{ б) } x^3 y' = 9x^3 + xy(x + y).$$

$$172. \text{ а) } y' \sin x = 2y \ln y;$$

$$\text{ б) } (2x - y) dy - (x + 2y) dx = 0.$$

$$174. \text{ а) } (1 + e^x) yy' = 4e^x;$$

$$\text{ б) } x^2 y' = x^2 + xy + 4y^2.$$

$$176. \text{ а) } (1 + y^2) dx = \frac{1}{6} xy dy;$$

$$\text{ б) } xyy' = 6x^2 + y^2.$$

$$178. \text{ а) } 1 + y' \cdot e^y \cdot \frac{1}{8} = e^y;$$

$$\text{ б) } xy' - y = 8\sqrt{x^2 + y^2}.$$

$$180. \text{ а) } (y^2 + xy^2)y' - 10 = 0;$$

$$\text{ б) } (10x^2 + 5y^2)y' = 10xy.$$

181–190. Найти общее решение дифференциального уравнения и частное решение, удовлетворяющее начальному условию $x = x_0; y = y_0$.

181. $y' + 2xy = 3x^2 e^{-x^2}, y(0) = 0.$

182. $xy' - y = x^2 \cos x, y\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}.$

183. $\sqrt{1-x^2}y' + y = y^2 \arcsin x, y(0) = 1.$

184. $(1+x^2)y' + y = y^2 \operatorname{arctg} x, y(0) = 1.$

185. $y' \cos^2 x + y = \operatorname{tg} x, y(0) = -1.$

186. $y' - \frac{2x}{1+x^2}y = \operatorname{arctg}^2 x, y(0) = 0.$

187. $y' - \frac{2xy}{1+x^2} = 4 \frac{\operatorname{arctg} x}{\sqrt{1+x^2}} \sqrt{y}, y(0) = 1.$

188. $y' + \frac{2y}{x} = x^2 y^2, y(1) = 1.$

189. $y' + \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}y = \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}, y(0) = -1.$

190. $y' \cos^2 x + y = y^2 \operatorname{tg} x, y(0) = -1.$

191–200. Найти решение дифференциального уравнения.

191. $y'' - 9y' + 18y = 26 \cos x - 8 \sin x;$

192. $y'' - 4y = 8 \cdot e^{2x};$

193. $y'' + 5y' + 6y = 52 \sin 2x;$

194. $y'' - y = (14 - 16x) \cdot e^{-x};$

195. $y'' - 2y' + 5y = 5x^2 - 4x + 2;$

196. $y'' - 4y' + 20y = 16x \cdot e^{2x};$

197. $y'' - 6y' + 9y = x^2 - x + 3;$

198. $y'' - 3y' + 2y = (3 - 4x) \cdot e^{2x};$

199. $y'' - 3y' + 2y = -\sin x - 7 \cos x;$

200. $y'' - y = 9x \cdot e^{2x};$

201–210. Вычертить область, заданную неравенствами.

201. $|z - 3i| < 3, -\frac{\pi}{2} \leq \arg\left(z - \frac{5}{2}i\right) \leq \frac{5\pi}{3}.$

202. $z \cdot \bar{z} \leq 5, |\operatorname{Re}(z - 2)| > \frac{5}{3}.$

203. $\operatorname{Re} z + \operatorname{Im} z < 6, |\arg z| \leq \frac{\pi}{6}.$

204. $|\operatorname{Im}(z - 2i)| < 1, \frac{\pi}{6} \leq \arg z \leq \frac{\pi}{3}.$

205. $|z - i| < 6, -\frac{4\pi}{3} < \arg\left(z - \frac{3}{2}i\right) \leq \frac{\pi}{3}.$

206. $z \cdot \bar{z} > 3, -\frac{2\pi}{3} \leq \arg(z - 2 - 6i) \leq \frac{5\pi}{4}.$

$$207. \pi < \arg(z-3-2i) < \frac{4\pi}{3}, -\frac{\pi}{2} \leq \arg z \leq \frac{5\pi}{6}. \quad 208. |z-3i| > 3, |z+2i| > 4.$$

$$209. |z-2-6i| > 3, -\frac{5\pi}{3} < \arg z < \frac{\pi}{4}. \quad 210. 1 \leq |z-1| < 4, |\operatorname{Re}(z-1)| \leq \frac{7}{2}.$$

211–220. Вычислить интеграл от функции комплексного переменного по данной кривой.

$$211. \int_{AB} \bar{z}^2 dz, AB: \{y = x^2; z_A = 0, z_B = 1+i\}.$$

$$212. \int_{ABC} (z^2 + \cos z) dz; ABC - \text{ломаная } z_A = 0, z_B = 2, z_C = 2i.$$

$$213. \int_{AB} \operatorname{Im} z dz; AB - \text{отрезок } z_A = 0, z_B = 3+3i.$$

$$214. \int_{ABC} ze^{z^2} dz; ABC - \text{ломаная } z_A = 0, z_B = 4, z_C = 4i.$$

$$215. \int_{ABC} |z| dz; ABC - \text{ломаная } z_A = 0, z_B = -5+5i, z_C = 5+5i.$$

$$216. \int_{AB} (z^2 + 6z) dz, AB: \{y = x^2; z_A = 0, z_B = 1+i\}.$$

$$217. \int_{AB} z \operatorname{Im} z^2 dz; AB - \text{отрезок } z_A = 0, z_B = 7+7i.$$

$$218. \int_{AB} (8z+1) dz, AB: \{y = x^3; z_A = 0, z_B = 2+8i\}.$$

$$219. \int_{AB} e^{|z|^2} imz dz; AB - \text{отрезок } z_A = 9+9i, z_B = 0.$$

$$220. \int_{ABC} (z^{10} + 1) dz; ABC - \text{ломаная } z_A = 0, z_B = 1+i, z_C = i.$$

221–230. Методом операционного исчисления найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее заданным начальным условиям.

$$221. y'' - y' = t^2, y(0) = 0, y'(0) = 1.$$

$$222. y'' + y = 2\cos t, y(0) = 0, y'(0) = 1.$$

$$223. y'' - y = \cos 3t, y(0) = 1, y'(0) = 1.$$

$$224. y'' + 4y = 4e^{2t} + 4t^2, y(0) = 1, y'(0) = 2.$$

$$225. y'' - y = 5\cos 2t + 4\sin t, y(0) = -1, y'(0) = -2.$$

$$226. y'' + y = 6e^{-t}, y(0) = 3, y'(0) = 1.$$

$$227. y'' + y' + y = 7e^{2t}, y(0) = 1, y'(0) = 4.$$

$$228. y'' + 4y = 8\sin 2t, y(0) = 3, y'(0) = -1.$$

$$229. y'' - 9y = \sin t - \cos t, y(0) = -3, y'(0) = 2.$$

$$230. y'' + 4y = 10\cos 3t + 3\sin t, y(0) = -2, y'(0) = 3.$$

231–240. Исследовать ряд на сходимость.

$$231. \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{n^2 + 1}{10n^2 - 3} \right)^n.$$

$$232. \sum_{n=3}^{\infty} \frac{(n!)^2}{5^{n-1}(2n)!}.$$

$$233. \sum_{n=4}^{\infty} \frac{1}{n \ln^3 n}.$$

$$234. \sum_{n=5}^{\infty} \frac{2n+3}{5n^3-2}.$$

$$235. \sum_{n=6}^{\infty} \frac{\sqrt[3]{n^2+5}}{2^n \cdot n}.$$

$$236. \sum_{n=7}^{\infty} \frac{3^n}{5^n(2n-1)}.$$

$$237. \sum_{n=8}^{\infty} \frac{2^n \cdot n!}{n^n}.$$

$$238. \sum_{n=9}^{\infty} \frac{(2n-1)^3}{5n^5+4}.$$

$$239. \sum_{n=10}^{\infty} \frac{(3n-1)^{2n}}{10^n(n+3)^{2n}}.$$

$$240. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \sin \frac{1}{n}.$$

241–250. Найти радиус и интервал сходимости степенного ряда. Исследовать сходимость ряда на концах интервала сходимости.

$$241. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{(n^2+1)2^n} (x+1)^n.$$

$$242. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n+2}{(n^2+2)4^n} (x+2)^n.$$

$$243. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n+3}{(n^2+3)6^n} (x+3)^n.$$

$$244. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n+4}{(n^2+4)8^n} (x+4)^n.$$

$$245. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+5}{(n^2+5)10^n} (x+5)^n.$$

$$246. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5n+6}{(n^2+6)12^n} (x+6)^n.$$

$$247. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n+7}{(n^2+7)14^n} (x+7)^n.$$

$$248. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n+8}{(n^2+8)16^n} (x+8)^n.$$

$$249. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+9}{(n^2+9)18^n} (x+9)^n.$$

$$250. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{7n+10}{(n^2+10)20^n} (x+10)^n.$$

251–260. Разложите функцию в ряд Фурье.

$$251. f(x) = \begin{cases} -1, & -\pi < x < 0, \\ 2x+1, & 0 < x < \pi. \end{cases}$$

$$252. f(x) = \begin{cases} 0, & -2 < x < 0, \\ 2x-3, & 0 < x < 2. \end{cases}$$

$$253. f(x) = \begin{cases} -2x, & -\pi < x < 0, \\ 3, & 0 < x < \pi. \end{cases}$$

$$254. f(x) = \begin{cases} x+1, & -4 < x < 0, \\ 0, & 0 < x < 4. \end{cases}$$

$$255. f(x) = \begin{cases} -3x, & -\pi < x < 0, \\ 5, & 0 < x < \pi. \end{cases}$$

$$256. f(x) = \begin{cases} 1-2x, & -6 < x < 0, \\ 0, & 0 < x < 6. \end{cases}$$

$$257. f(x) = \begin{cases} 7, & -\pi < x < 0, \\ 2x, & 0 < x < \pi. \end{cases}$$

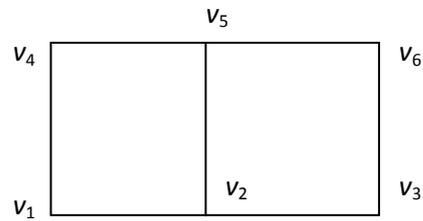
$$258. f(x) = \begin{cases} 0, & -8 < x < 0, \\ x, & 0 < x < 8. \end{cases}$$

$$259. f(x) = \begin{cases} 9, & -\pi < x < 0, \\ 2x-1, & 0 < x < \pi. \end{cases}$$

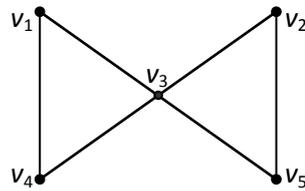
$$260. f(x) = \begin{cases} -x, & -10 < x < 0, \\ 0, & 0 < x < 10. \end{cases}$$

261–270. Составить матрицы инцидентности и смежности графов:

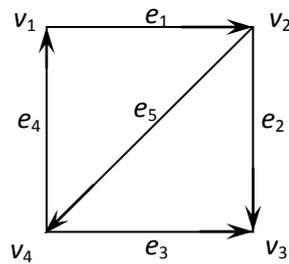
261.



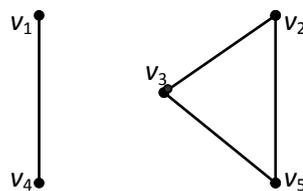
262.



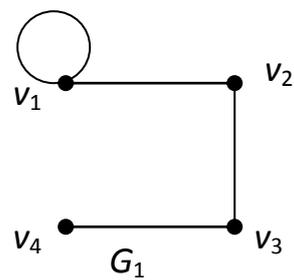
263.



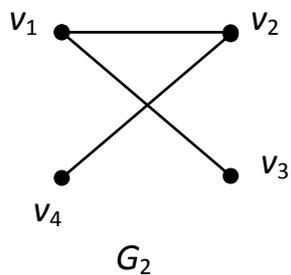
264.



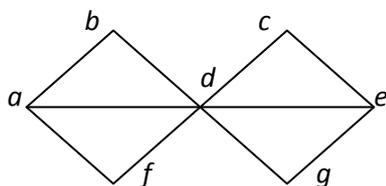
265.



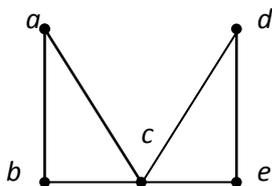
266.



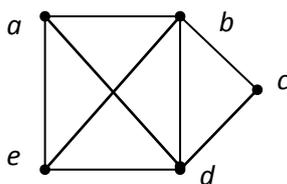
267.



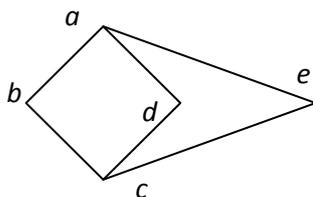
268.



269.



270.



271. Нарисовать граф по следующей матрице. Обозначить вершины

(узлы) и/или ребра (дуги) метками v_1, v_2, \dots и e_1, e_2, \dots согласно данной матрице.

	1	2	3	4	5	6
1	0	0	0	1	1	1
2	0	0	0	1	1	1
3	0	0	0	0	1	1
4	1	1	1	0	0	0
5	1	1	1	0	0	0
6	1	1	1	0	0	0

272. Нарисовать граф по следующей матрице. Обозначить вершины (узлы) и/или ребра (дуги) метками v_1, v_2, \dots и e_1, e_2, \dots согласно данной матрице.

	1	2	3	4	5	6
1	0	1	1	1	1	0
2	1	0	1	1	0	1
3	0	0	0	0	1	1
4	1	1	0	0	1	0
5	1	0	1	1	0	1
6	0	1	1	0	1	0

273. Нарисовать граф по следующей матрице. Обозначить вершины (узлы) и/или ребра (дуги) метками v_1, v_2, \dots и e_1, e_2, \dots согласно данной матрице.

	1	2	3	4	5
1	0	0	1	1	0
2	0	0	0	1	1
3	0	0	0	1	0
4	0	0	0	0	0
5	0	1	0	1	0

274. Нарисовать граф по следующей матрице. Обозначить вершины (узлы) и/или ребра (дуги) метками v_1, v_2, \dots и e_1, e_2, \dots согласно данной матрице.

	1	2	3	4	5
1	0	1	0	0	1
2	1	0	1	0	0
3	0	0	0	1	0
4	1	1	0	0	0
5	0	0	1	0	0

275. Нарисовать граф по следующей матрице. Обозначить вершины (узлы) и/или ребра (дуги) метками v_1, v_2, \dots и e_1, e_2, \dots согласно данной матрице.

	1	2	3	4
1	0	1	0	0
2	0	0	1	1
3	0	0	0	0
4	1	0	1	0

276. Нарисовать граф по следующей матрице. Обозначить вершины (узлы) и/или ребра (дуги) метками v_1, v_2, \dots и e_1, e_2, \dots согласно данной матрице.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	1	1	1	0	0	0
3	0	1	0	0	0	0	1	1	1
4	1	0	0	1	0	0	1	0	0
5	0	1	0	0	1	0	0	1	0
6	0	0	1	0	1	0	0	0	1

277. Нарисовать граф по следующей матрице. Обозначить вершины (узлы) и/или ребра (дуги) метками v_1, v_2, \dots и e_1, e_2, \dots согласно данной матрице.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0
2	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0

3	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1
4	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0
5	0	1	0	1	1	1	0	0	0	1
6	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0

278. Нарисовать граф по следующей матрице. Обозначить вершины (узлы) и/или ребра (дуги) метками v_1, v_2, \dots и e_1, e_2, \dots согласно данной матрице.

	1	2	3	4	5	6
1	1	0	1	0	0	0
2	0	1	0	1	0	0
3	0	0	-1	0	1	0
4	-1	-1	0	0	-1	-1
5	0	0	0	-1	0	1

279. Нарисовать граф по следующей матрице. Обозначить вершины (узлы) и/или ребра (дуги) метками v_1, v_2, \dots и e_1, e_2, \dots согласно данной матрице.

	1	2	3	4	5	6
1	1	0	0	-1	1	0
2	-1	1	0	0	0	0
3	0	-1	1	0	0	-1
4	0	1	-1	1	0	0
5	0	0	1	0	-1	1

280. Нарисовать граф по следующей матрице. Обозначить вершины (узлы) и/или ребра (дуги) метками v_1, v_2, \dots и e_1, e_2, \dots согласно данной матрице.

	1	2	3	4	5
1	1	0	0	-1	0
2	1	1	0	0	0
3	0	0	-1	0	1
4	0	-1	0	1	-1

281-290. В урне a белых и $(20-a)$ черных шаров. Из урны последовательно извлекают два шара. Найти вероятность того, что:

- а) шары будут разных цветов, если шары возвращаются в урну;
- б) шары будут одинакового цвета, если шары не возвращаются в урну;
- в) хотя бы один шар будет белым, если шары не возвращаются в урну.

(a – последняя цифра шифра).

291-300. на сборочное предприятие поступили одинаковые комплектующие с трех заводов в количестве: n_1 с первого завода, n_2 - со второго, n_3 - с третьего. Вероятность качественного изготовления изделий на первом заводе p_1 , на втором p_2 , на третьем p_3 . Какова вероятность того, что взятое случайным образом изделие будет качественным?

291. $n_1 = 25, n_2 = 35, n_3 = 40,$
 $p_1 = 0,9, p_2 = 0,8, p_3 = 0,7.$

292. $n_1 = 40, n_2 = 15, n_3 = 45,$
 $p_1 = 0,8, p_2 = 0,7, p_3 = 0,8.$

293. $n_1 = 40, n_2 = 35, n_3 = 25,$
 $p_1 = 0,9, p_2 = 0,7, p_3 = 0,9.$

294. $n_1 = 35, n_2 = 35, n_3 = 30,$
 $p_1 = 0,7, p_2 = 0,8, p_3 = 0,9.$

295. $n_1 = 10, n_2 = 20, n_3 = 10,$
 $p_1 = 0,9, p_2 = 0,8, p_3 = 0,6.$

296. $n_1 = 60, n_2 = 30, n_3 = 30,$
 $p_1 = 0,8, p_2 = 0,8, p_3 = 0,9.$

297. $n_1 = 20, n_2 = 50, n_3 = 30,$
 $p_1 = 0,8, p_2 = 0,9, p_3 = 0,8.$

298. $n_1 = 25, n_2 = 10, n_3 = 15,$
 $p_1 = 0,7, p_2 = 0,9, p_3 = 0,8.$

299. $n_1 = 15, n_2 = 45, n_3 = 40,$
 $p_1 = 0,9, p_2 = 0,8, p_3 = 0,9.$

300. $n_1 = 15, n_2 = 25, n_3 = 10,$
 $p_1 = 0,8, p_2 = 0,7, p_3 = 0,7.$

301-310. В семье n детей. Вероятность рождения мальчика равна $0,51$. Найти вероятность того, что среди этих детей m девочек.

301. $n = 6, m = 2.$

302. $n = 4, m = 1.$

303. $n = 5, m = 4.$

304. $n = 3, m = 1.$

305. $n = 5, m = 2.$

306. $n = 9, m = 5.$

307. $n = 7, m = 3.$

308. $n = 6, m = 3.$

309. $n = 3, m = 2.$

310. $n = 4, m = 3.$

311-320. Выборочная совокупность задана таблицей распределения:

а) построить полигон частот;

б) найти статистические точечные оценки параметров распределения, выборочные: математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение, моду и медиану;

в) найти эмпирическую функцию распределения и построить ее график.

311.	x_i	1	11	23	35	47
	n_i	20	7	25	4	13
312.	x_i	15	23	31	45	52
	n_i	10	37	3	15	5
313.	x_i	7	15	21	34	45
	n_i	27	3	11	5	24
314.	x_i	23	31	42	48	55
	n_i	14	1	15	5	35
315.	x_i	11	23	35	45	56
	n_i	20	14	6	27	3
316.	x_i	22	25	36	40	50
	n_i	25	5	31	4	15
317.	x_i	1	12	21	7	9
	n_i	3	28	7	22	10
318.	x_i	13	24	37	46	58
	n_i	35	5	18	3	9
319.	x_i	11	15	20	27	30
	n_i	20	7	12	3	28

320.	x_i	7	12	18	23	34
	n_j	10	4	11	40	5

321-330. Предприятие планирует выпуск двух видов продукции I и II. На производство которых расходуется три вида сырья А, В и С. Потребность a_{ij} на каждую единицу j -го вида продукции i -го вида сырья, запас b_i соответствующего вида сырья и прибыль c_i от реализации единицы j -го вида продукции задана таблицей:

Виды сырья	Виды продукции		Запасы сырья
	I	II	
А	$a_{11} = a$	$a_{12} = 1$	$b_1 = ab$
В	$a_{21} = 2$	$a_{22} = 2$	$b_2 = a + b$
С	$a_{31} = 1$	$a_{32} = b + 2$	$b_3 = ab + a + b$
Прибыль	$c_1 = b + 2$	$c_2 = a + 1$	
план (ед.)	x_1	x_2	

Для производства двух видов продукции I и II с планом и единиц x_1 и x_2 составить целевую функцию прибыль Z и соответствующую систему ограничений по запасам сырья, предполагая, что требуется изготовить в сумме не менее b единиц обоих видов продукции. Построить по полученной системе ограничений многоугольник допустимых решений и найти оптимальный план производства геометрическим путем. Определить соответствующую прибыль z_{\max} .

(a – последняя цифра шифра, b - предпоследняя цифра шифра)

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Берман Г. Н. Сборник задач по курсу математического анализа / Г. Н. Берман. – СПб, Профессия, 2008.
2. Бермант А. Ф. Краткий курс математического анализа / А. Ф. Бермант, И. Г. Араманович. – СПб.: Лань, 2006.
3. Бугров Я. С. Дифференциальное и интегральное исчисление /

- Я. С. Бугров, С. М. Никольский. – М.: Дрофа, 2007.
4. Данко П. Е. Высшая математика в упражнениях и задачах. Ч. II / П. Е. Данко, А. Г. Попов, Т. Я. Кожевникова. – М.: Айрис-пресс, 2008.
 5. Демидович Б. П. Задачи и упражнения по математическому анализу для втузов / Под ред. Б. П. Демидовича. – М.: Наука, 1978.
 6. Ефимов В. В. Сборник задач по математике для втузов / Под ред. А. В. Ефимова, Б. П. Демидовича. – М.: Наука, 1986.
 7. Минорский В. П. Сборник задач по высшей математике / В. П. Минорский. – М.: Физматлит, 2008.
 8. Пискунов Н. С. Дифференциальное и интегральное исчисления для вузов. Т. II / Н. С. Пискунов. - М.: Интеграл-пресс, 2009.
 9. Письменный Д. Т. Конспект лекций по высшей математике / Д. Т. Письменный. – М.: Айрис-пресс, 2006.
 10. Шестаков А. А. Курс высшей математики / А. А. Шестаков, И. А. Малышева, Д. П. Полозков. – М.: Высшая школа, 1987.
 11. Шипачев В. С. Курс высшей математики / В. С. Шипачев. – М.: Высшая школа, 1985.
 12. Шнейдер В. Е. Краткий курс высшей математики. Т. II / В. Е. Шнейдер, А. И. Слуцкий, А. С. Шумов. – М.: Проспект, 2005.

СОДЕРЖАНИЕ

<u>ВВЕДЕНИЕ</u>	<u>1</u>
<u>1. ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПОДГОТОВКИ</u>	<u>4</u>
<u>2. ЗАДАНИЯ К КОНТРОЛЬНЫМ РАБОТАМ</u>	<u>11</u>
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК.....	32