Дано уравнение кривой:
x2 + 4y2 - 4y - 1 = 0
1. Определить тип кривой.
2. Привести уравнение к каноническому виду и построить кривую в исходной системе координат.
3. Найти соответствующие преобразования координат.
**Решение**.
Приводим квадратичную форму
B = x2 + 4y2
к главным осям, то есть к каноническому виду. Матрица этой квадратичной формы:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| B = |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|

|  |  |
| --- | --- |
| 1 | 0 |
| 0 | 4 |

 |  |

 |

Находим собственные числа и собственные векторы этой матрицы:
(1 - λ)x1 + 0y1 = 0
0x1 + (4 - λ)y1 = 0
Характеристическое уравнение:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|

|  |  |
| --- | --- |
| 1 - λ | 0 |
| 0 | 4 - λ |

 |  |

 | = λ 2 - 5λ + 4 = 0 |

λ2 -5 λ + 4 = 0
D=(-5)2 - 4\*1\*4=9


Исходное уравнение определяет эллипс (λ1 > 0; λ2 > 0)
Вид квадратичной формы:
x2 + 4y2
4(y12-21/2y1 + (1/2)2) -4(1/2)2 = 4(y1-1/2)2-1
Разделим все выражение на 2

Полуоси эллипса:

Данное уравнение определяет эллипс с центром в точке:
C(0; 1/2)
Найдем координаты фокусов F1(-c;0) и F2(c;0), где c - половина расстояния между фокусами

Итак, фокусы эллипса:

С учетом центра, координаты фокусов равны:

Тогда эксцентриситет будет равен:

Вследствие неравенства *c < a* эксцентриситет эллипса меньше 1.

