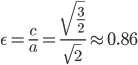
Дано уравнение кривой:  
x2 + 4y2 - 4y - 1 = 0  
1. Определить тип кривой.  
2. Привести уравнение к каноническому виду и построить кривую в исходной системе координат.  
3. Найти соответствующие преобразования координат.  
**Решение**.  
Приводим квадратичную форму  
B = x2 + 4y2  
к главным осям, то есть к каноническому виду. Матрица этой квадратичной формы:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| B = | |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | |  |  | | --- | --- | | 1 | 0 | | 0 | 4 | |  | |

Находим собственные числа и собственные векторы этой матрицы:  
(1 - λ)x1 + 0y1 = 0  
0x1 + (4 - λ)y1 = 0  
Характеристическое уравнение:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | |  |  | | --- | --- | | 1 - λ | 0 | | 0 | 4 - λ | |  | | = λ 2 - 5λ + 4 = 0 |

λ2 -5 λ + 4 = 0  
D=(-5)2 - 4\*1\*4=9  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\lambda%20_%7b1%7d%20=%20\frac%7b-(-5)%2B3%7d%7b2\cdot%201%7d%20=%204  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\lambda%20_%7b2%7d%20=%20\frac%7b-(-5)-3%7d%7b2\cdot%201%7d%20=%201  
Исходное уравнение определяет эллипс (λ1 > 0; λ2 > 0)  
Вид квадратичной формы:  
x2 + 4y2  
4(y12-21/2y1 + (1/2)2) -4(1/2)2 = 4(y1-1/2)2-1  
Разделим все выражение на 2  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\frac%7b1%7d%7b2%7dx%5e%7b2%7d%2B2(y_%7b1%7d-%7b1%20\over%202%7d)%5e%7b2%7d%20=%201  
Полуоси эллипса:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=a%20=%20\sqrt%7b2%7d;b%20=%20\frac%7b1%7d%7b\sqrt%7b2%7d%7d  
Данное уравнение определяет эллипс с центром в точке:  
C(0; 1/2)  
Найдем координаты фокусов F1(-c;0) и F2(c;0), где c - половина расстояния между фокусами  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=c%20=%20\sqrt%7ba%5e%7b2%7d%20-%20b%5e%7b2%7d%7d%20=%20\sqrt%7b2%20-%7b1%20\over%202%7d%7d%20=%20\sqrt%7b%7b3%20\over%202%7d%7d%20\approx%20%201.22  
Итак, фокусы эллипса:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=F_%7b1%7d(-\sqrt%7b%7b3%20\over%202%7d%7d;0),%20F_%7b2%7d(\sqrt%7b%7b3%20\over%202%7d%7d;0).  
С учетом центра, координаты фокусов равны:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=F_%7b1%7d(-\sqrt%7b%7b3%20\over%202%7d%7d%2B0;%7b1%20\over%202%7d),%20F_%7b2%7d(\sqrt%7b%7b3%20\over%202%7d%7d%2B0;%7b1%20\over%202%7d).  
Тогда эксцентриситет будет равен:  
  
Вследствие неравенства *c < a* эксцентриситет эллипса меньше 1.

