

<http://znaniya.com/task/19861627>

Камушек опустили на тонкой нити в цилиндрический сосуд, частично заполненный водой. Он оказался полностью погружен в жидкость, не касаясь ни дна, ни стенок сосуда. При этом через край сосуда вылилось 19% воды, а гидростатическое давление на его дно увеличилось на 5%.

Определить плотность вещества камушка, если его масса в 1,5 раза меньше массы оставшейся воды в сосуде. Ответ выразите в кг/м³, округлив до целых. Считайте, что плотность воды составляет 1000 кг/м³.

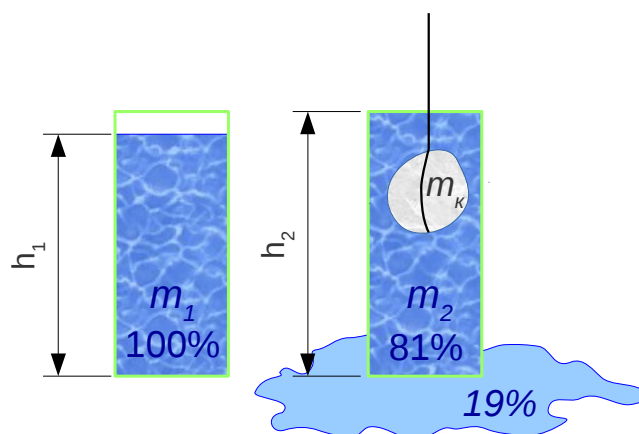


Рисунок 1

Решение:

Плотность камешка ρ_k мы определим, если выразим в числах отношение его массы m_k к его объему V_k .

$$\rho_k = \frac{m_k}{V_k} \quad (1)$$

Хорошо бы обе эти величины «привязать» к одной и той же «опорной» величине (выразить их через опорную). Причем выразить их так, чтобы при делении опорная величина сократилась.

Попробуем в качестве «опорной» взять m_1 исходную массу воды в сосуде. Рассуждаем так: Исходная масса воды составляет 100%. После погружения камешка вылилось 19% воды. Следовательно осталось в

сосуде $100\%-19\%=81\%$. Значит и масса оставшейся воды m_2 равна:

$$m_2 = 0,81 \cdot m_1 \quad (2)$$

Из условия известно, что

$$m_k = \frac{m_2}{1,5} \quad (3)$$

Следовательно, подставив (2) в (3), выразим массу камня через исходную массу воды.

$$m_k = \frac{0,81 \cdot m_1}{1,5} = 0,54 m_1 \quad (4)$$

Теперь оцениваем объём камня. При погружении камня в воду уровень воды поднимется до края сосуда. Затем при дальнейшем погружении вода будет выливаться. Объём камня равен объёму «вытесненной» воды, который состоит из вылившейся воды и воды оставшейся в сосуде. (Эта часть определяется разностью конечного и начального уровней воды).

С вылившейся водой все просто: 19% массы соответствует 19% начального объёма. А для оценки разности уровней нужно сделать дополнительный шаг. Из условия известно, что давление на дно выросло на 5%. Т. е.

$$p_2 = 1,05 \cdot p_1 \quad (5)$$

Гидростатическое давление жидкости зависит от высоты столба жидкости и от её плотности.

$$\rho_e \cdot g \cdot h_2 = 1,05 \cdot \rho_e \cdot g \cdot h_1 \quad (6)$$

Сократив на общий множитель правую и левую части в (6), получаем.

$$h_2 = 1,05 \cdot h_1 \quad (7)$$

Поскольку посуда цилиндрическая, можно записать:

$$\begin{aligned} S \cdot h_2 &= 1,05 \cdot S \cdot h_1 \\ V_2 &= 1,05 \cdot V_1 \\ V_2 - V_1 &= 1,05 \cdot V_1 - V_1 = (1,05 - 0,05) V_1 = 0,05 V_1 \end{aligned} \quad (8)$$

Где S – площадь дна (какая, совершенно не важно).

Итого камень вытеснил:

$$V_{\kappa} = 0,05 V_1 + 0,19 V_1 = 0,24 V_1 \quad (9)$$

24% начального объёма воды. Это и будет объём камня.

Теперь выразим начальный объём воды через её исходную массу и плотность и подставим это выражение в (9).

$$V_{\kappa} = \frac{0,24 \cdot m_1}{\rho_{\text{в}}} \quad (10)$$

Ну вот мы достигли «гноусной цели». Остаётся подставить выражения для массы камня (4) и его объёма (10) в (1).

$$\rho_{\kappa} = \frac{m_{\kappa}}{V_{\kappa}} = (0,54 m_1) \div \left(\frac{0,24 m_1}{\rho_{\text{в}}} \right) = \frac{\rho_{\text{в}} \cdot 0,54 m_1}{0,24 m_1} = 2,25 \cdot \rho_{\text{в}} = 2,25 \cdot 1000 = 2250 \text{ [кг/м}^3\text{]} \quad (11)$$

ОТВЕТ: $\rho_{\kappa} = 2250 \text{ [кг/м}^3\text{]}$. Ближе к фарфору, хотя это не природный камень :)