

$$3^{2x^2+6x-9} + 4 \cdot 15^{x^2+3x-5} = 3 \cdot 5^{2x^2+6x-9}$$

Преобразуем уравнение.

$$3^{2x^2+6x-9} + 4 \cdot 15^{x^2+3x-5} = 3 \cdot 5^{2x^2+6x-9}$$

Воспользуемся свойством степеней.

$$3^{2x^2+6x-9} + 4(3 \cdot 5)^{x^2+3x-5} = 3 \cdot 5^{2x^2+6x-9}$$

Воспользуемся свойством степеней.

$$3^{2x^2+6x-9} + 4(3^{x^2+3x-5} 5^{x^2+3x-5}) = 3 \cdot 5^{2x^2+6x-9}$$

$$3^{2x^2+6x-9} + 4(3^{x^2+3x-5} 5^{x^2+3x-5}) = 3 \cdot 5^{2x^2+6x-9}$$

$$3^{2x^2+6x-9} + 4 \cdot 3^{x^2+3x-5} 5^{x^2+3x-5} = 3 \cdot 5^{2x^2+6x-9}$$

Произведем замену переменных.

$$\begin{cases} a = 5^{x^2+3x} \\ b = 3^{x^2+3x} \\ 3^{-9} b^2 + 4(3^{-5} b)(5^{-5} a) = 3(5^{-9} a^2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = 5^{x^2+3x} \\ b = 3^{x^2+3x} \\ 3^{-9} b^2 + 4 \cdot 3^{-5} b 5^{-5} a = 3 \cdot 5^{-9} a^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = 5^{x^2+3x} \\ b = 3^{x^2+3x} \\ \frac{1}{19683} b^2 + \frac{4}{759375} b a = \frac{3}{1953125} a^2 \end{cases}$$

Преобразуем уравнение.

$$\frac{1}{19683}b^2 + \frac{4}{759375}ba = \frac{3}{1953125}a^2$$

$$\frac{1}{19683}b^2 + \frac{4}{759375}ab = \frac{3}{1953125}a^2$$

Изменяем порядок действий.

$$\frac{4}{759375}ab + \frac{1}{19683}b^2 = \frac{3}{1953125}a^2$$

$$\begin{cases} a = 5^{x^2+3x} \\ b = 3^{x^2+3x} \\ \frac{4}{759375}ab + \frac{1}{19683}b^2 = \frac{3}{1953125}a^2 \end{cases}$$

Перенесем все в левую часть.

$$\begin{cases} a = 5^{x^2+3x} \\ b = 3^{x^2+3x} \\ \frac{4}{759375}ab + \frac{1}{19683}b^2 - \frac{3}{1953125}a^2 = 0 \end{cases}$$

Преобразуем уравнение.

Выносим общий множитель.

$$\frac{1}{38443359375}(202500ab + 1953125b^2 - 59049a^2) = 0$$

Разложим одночлены в сумму нескольких.

$$\frac{1}{38443359375}(-253125ab + 455625ab + 1953125b^2 - 59049a^2) = 0$$

Изменяем порядок действий.

$$\frac{1}{38443359375}(-59049a^2 - 253125ab + 455625ab + 1953125b^2) = 0$$

Производим группировку.

$$\frac{1}{38443359375}(-(59049a^2 + 253125ab) + (455625ab + 1953125b^2)) = 0$$

Выносим общий множитель.

$$\frac{1}{38443359375}(-(729a + 3125b)(81a) + (729a + 3125b)(625b)) = 0$$

Выносим общий множитель.

$$\frac{1}{38443359375}((729a + 3125b)(-81a + 625b)) = 0$$

Раскрываем скобки.

$$\frac{1}{38443359375}(729a + 3125b)(-81a + 625b)$$

$$\begin{cases} a = 5^{x^2 + 3x} \\ b = 3^{x^2 + 3x} \\ \frac{1}{38443359375}(729a + 3125b)(-81a + 625b) = 0 \end{cases}$$

Преобразуем уравнение.

$$\begin{cases} a = 5^{x^2 + 3x} \\ b = 3^{x^2 + 3x} \\ (729a + 3125b)(-81a + 625b) = \frac{0}{\frac{1}{38443359375}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=5^{x^2+3x} \\ b=3^{x^2+3x} \\ (729a+3125b)(-81a+625b)=0 \end{cases}$$

Преобразуем уравнение.

$$\begin{cases} a=5^{x^2+3x} \\ b=3^{x^2+3x} \\ \begin{cases} 729a+3125b=0 \\ -81a+625b=0 \end{cases} \end{cases}$$

Теперь решение разбивается на отдельные случаи.

Случай **1**.

$$\begin{cases} a=5^{x^2+3x} \\ b=3^{x^2+3x} \\ 729a+3125b=0 \end{cases}$$

Из уравнения **3** выразим переменную **a**.

$$\begin{cases} a=5^{x^2+3x} \\ b=3^{x^2+3x} \\ a=-\frac{3125b}{729} \end{cases}$$

Выносим знак минус из произведения.

$$\begin{cases} a=5^{x^2+3x} \\ b=3^{x^2+3x} \\ a=-\frac{3125b}{729} \end{cases}$$

Произведем замену переменных.

$$5^{x^2+3x} = -\frac{3125 \cdot 3^{x^2+3x}}{729}$$

Преобразуем уравнение.

Перенесем все в левую часть.

$$5^{x^2+3x} + \frac{3125 \cdot 3^{x^2+3x}}{729} = 0$$

Следующее уравнение равносильно предыдущему.

$$5^{x^2+3x} + \frac{3125 \cdot 3^{x^2+3x}}{729} = 0$$

нет решений

Случай **2**.

$$\begin{cases} a = 5^{x^2+3x} \\ b = 3^{x^2+3x} \\ -81a + 625b = 0 \end{cases}$$

Из уравнения **3** выразим переменную **a**.

$$\begin{cases} a = 5^{x^2+3x} \\ b = 3^{x^2+3x} \\ a = \frac{625b}{81} \end{cases}$$

Произведем замену переменных.

$$5^{x^2+3x} = \frac{625 \cdot 3^{x^2+3x}}{81}$$

Преобразуем уравнение.

$$\frac{5^{x^2+3x} \cdot 81}{625 \cdot 3^{x^2+3x}} = 1$$

$$\frac{5^{x^2+3x} \cdot 3^4}{5^4 \cdot 3^{x^2+3x}} = 1$$

Воспользуемся свойством степеней.

$$5^{x^2+3x-4} \cdot 3^{-x^2-3x+4} = 1$$

$$(5 \cdot 3^{-1})^{x^2+3x-4} = 1$$

$$\left(\frac{5}{3}\right)^{x^2+3x-4} = 1$$

$$\left(\frac{5}{3}\right)^{x^2+3x-4} = 1$$

Воспользуемся свойством степеней.

$$x^2+3x-4=0$$

Решаем вспомогательное уравнение.

$$x^2+3x-4=0$$

Находим дискриминант.

$$D = b^2 - 4ac = 3^2 - 4 \cdot 1(-4) = 25$$

Дискриминант положителен, значит уравнение имеет два корня.

Воспользуемся формулой корней квадратного уравнения.

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$x_1 = \frac{-3-5}{2 \cdot 1} = -4; x_2 = \frac{-3+5}{2 \cdot 1} = 1$$

Ответ вспомогательного уравнения: $x = -4; x = 1$

Теперь решение разбивается на отдельные случаи.

Случай 2.1.

$$x = -4$$

Итак, ответ этого случая:

x
-4

Случай 2.2.

$$x = 1$$

Итак, ответ этого случая:

x
1

Итак,ответ этого случая:

x
-4
1

Окончательный ответ:

x
-4
1