

$$\begin{cases} \log_{4-x} \frac{x+6}{(x-4)^6} \geq -6 \\ x^3 + 9x^2 + \frac{40x^2 + 2x - 10}{x-5} \leq 2 \end{cases}$$

$$O.D. \begin{cases} 4-x > 0 \\ x+6 > 0 \\ x-5 \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < 4 \\ x > -6 \\ x \neq 5 \end{cases} \text{, т.е. } -6 < x < 4$$

Решаем первое неравенство:

$$\log_{4-x} \frac{x+6}{(x-4)^6} \geq -6 \Rightarrow \log_{4-x} x+6 - \log_{4-x} (x-4)^6 \geq -6 \Rightarrow$$

$$\left| \text{Здесь } (x-4)^6 = [-1(4-x)]^6 = (-1)^6(4-x)^6 = (4-x)^6 \right| \Rightarrow \log_{4-x} x+6 - 6 \geq -6$$

$$\Rightarrow \log_{4-x} x+6 \geq 0 \Rightarrow x+6 \geq 1 \Rightarrow x \geq -6+1 \Rightarrow x \geq -5$$

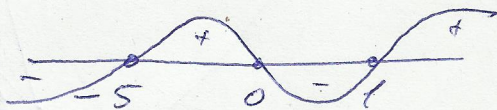
Решаем второе неравенство

$$(x^3 + 9x^2)(x-5) + 40x^2 + 2x - 10 \leq 2(x-5) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^4 + 9x^3 - 5x^3 - 45x^2 + 40x^2 + 2x - 10 - 2x + 10 \leq 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^4 + 4x^3 - 5x^2 \leq 0 \Rightarrow x^2(x^2 + 4x - 5) \leq 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2(x+5)(x-1) \leq 0$$



$$x \leq -5 \quad 0 \leq x \leq 1$$

Совокупное решение системы:

$$x = -5 ; \quad 0 \leq x \leq 1$$