

Практическое занятие № 33

Тема: Параллельность прямых и плоскостей

Цель: формирование умений и навыков решения вычислительных задач и задач на доказательств по теме «Параллельность прямых и плоскостей в пространстве».

Результаты освоения содержания: Л1-Л8; М1-М7; П1-П3, П6, П8

Порядок выполнения работы:

- 1) ознакомьтесь с рекомендациями, имеющимися по данной теме;
- 2) решите предложенные задания (решение следует излагать подробно и аккуратно, сопровождая необходимыми комментариями);
- 3) представьте результаты своей работы преподавателю.

Критерии оценивания:

Оценка	Процент выполнения
«3» - удовлетворительно	60% - 74%
«4» - хорошо	75% - 89%
«5» - отлично	90% - 100%

Краткое изложение теоретических вопросов:

1. Параллельность прямых.

Две прямые в пространстве называются параллельными, если они лежат в одной плоскости и не пересекаются.

Теорема 1. Через точку, не лежащую на данной прямой, проходит прямая, параллельная данной, и притом только одна.

Лемма. Если одна из двух параллельных прямых пересекает данную плоскость, то и другая прямая пересекает эту плоскость.

Теорема 2. Две прямые, параллельные третьей прямой, параллельны.

2. Параллельность прямой и плоскости.

Возможны три случая взаимного расположения прямой и плоскости в пространстве:

- прямая лежит в плоскости;
- прямая пересекает плоскость;
- прямая и плоскость не имеют общих точек.

Прямая и плоскость называются параллельными, если они не имеют общих точек.

Теорема 3. Если прямая, не принадлежащая плоскости, параллельна какой-нибудь прямой в этой плоскости, то она параллельна и самой плоскости.

Утверждение 1. Если плоскость проходит через данную прямую, параллельную другой плоскости, то линия пересечения плоскостей параллельна данной прямой (рис. 1).

Утверждение 2. Если одна из двух параллельных прямых параллельна данной плоскости, то другая прямая так же параллельна этой плоскости, или лежит в ней.

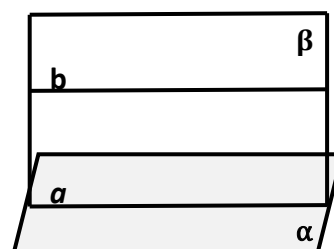


Рис. 1

3. Параллельность плоскостей.

Две плоскости называются параллельными, если они не пересекаются.

Признак. Две плоскости параллельны, если одна из них параллельна двум пересекающимся прямым, лежащим в другой плоскости.

Теорема 4. Если две параллельные плоскости пересекаются третьей, то прямые пересечения параллельны.

Теорема 5. Через точку вне данной плоскости можно провести плоскость, параллельную данной, и притом только одну.

Теорема 6. Отрезки параллельных прямых, заключенные между двумя параллельными плоскостями, равны.

4. Взаимное расположение прямых в пространстве.

Если прямые пересекаются или параллельны, то они лежат в одной плоскости.

Две прямые называются скрещивающимися, если они не лежат в одной плоскости.

Возможны три случая взаимного расположения двух прямых в пространстве:

- прямые пересекаются;
- прямые параллельны;
- прямые скрещиваются.

Наименьший угол, образованный пересекающимися прямыми, называется углом между пересекающимися прямыми.

Пусть прямые a и b – скрещивающиеся. Если через точку M прямой a провести прямую c параллельную прямой b , то угол между прямыми a и c будет углом между скрещивающимися прямыми a и b (рис. 2).

Углом между скрещивающимися прямыми называется угол между пересекающимися параллельными им прямыми.

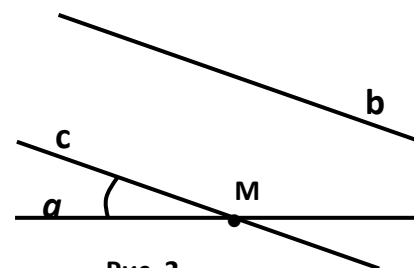


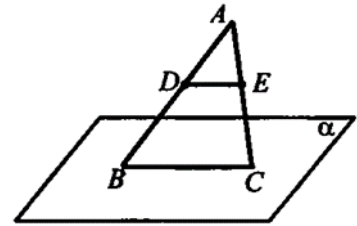
Рис. 2

Задания практической работы:

- 1) Какие случаи взаимного расположения двух прямых в пространстве возможны?
- 2) Перечислите возможные случаи взаимного расположения прямой и плоскости в пространстве.
- 3) Одна из двух параллельных прямых параллельна некоторой плоскости. Можно ли утверждать, что и вторая прямая параллельна этой плоскости?
- 4) Верно ли утверждение, что если две прямые параллельны одной и той же плоскости, то они параллельны между собой?
- 5) Каким может быть взаимное расположение двух прямых, из которых одна параллельна некоторой плоскости, а другая пересекает эту плоскость?

- 6) Даны прямая и две пересекающиеся плоскости. Охарактеризуйте все возможные случаи их взаимного расположения.
- 7) Могут ли скрещивающиеся прямые a и b быть параллельными прямой c ?
- 8) Прямые AB и CD пересекаются в точке O . Найдите угол между данными прямыми, если: а) $\angle COB = 40^\circ$; б) $\angle COB = 120^\circ$.
- 9) Средняя линия трапеции лежит в плоскости α . Пересекают ли прямые, содержащие основания трапеции, плоскость α ? Ответ обоснуйте.
- 10) Решите задачи:

На сторонах AB и AC треугольника ABC взяты соответственно точки D и E так, что $DE = 5$ см и $\frac{BD}{DA} = \frac{2}{3}$. Плоскость α проходит через точки B и C и параллельна отрезку DE . Найдите длину отрезка BC .



4. Точка B не лежит в плоскости треугольника ADC , точки M , N и P — середины отрезков BA , BC и BD соответственно. а) Докажите, что плоскости MNP и ADC параллельны. б) Найдите площадь треугольника MNP , если площадь треугольника ADC равна 48 см².

