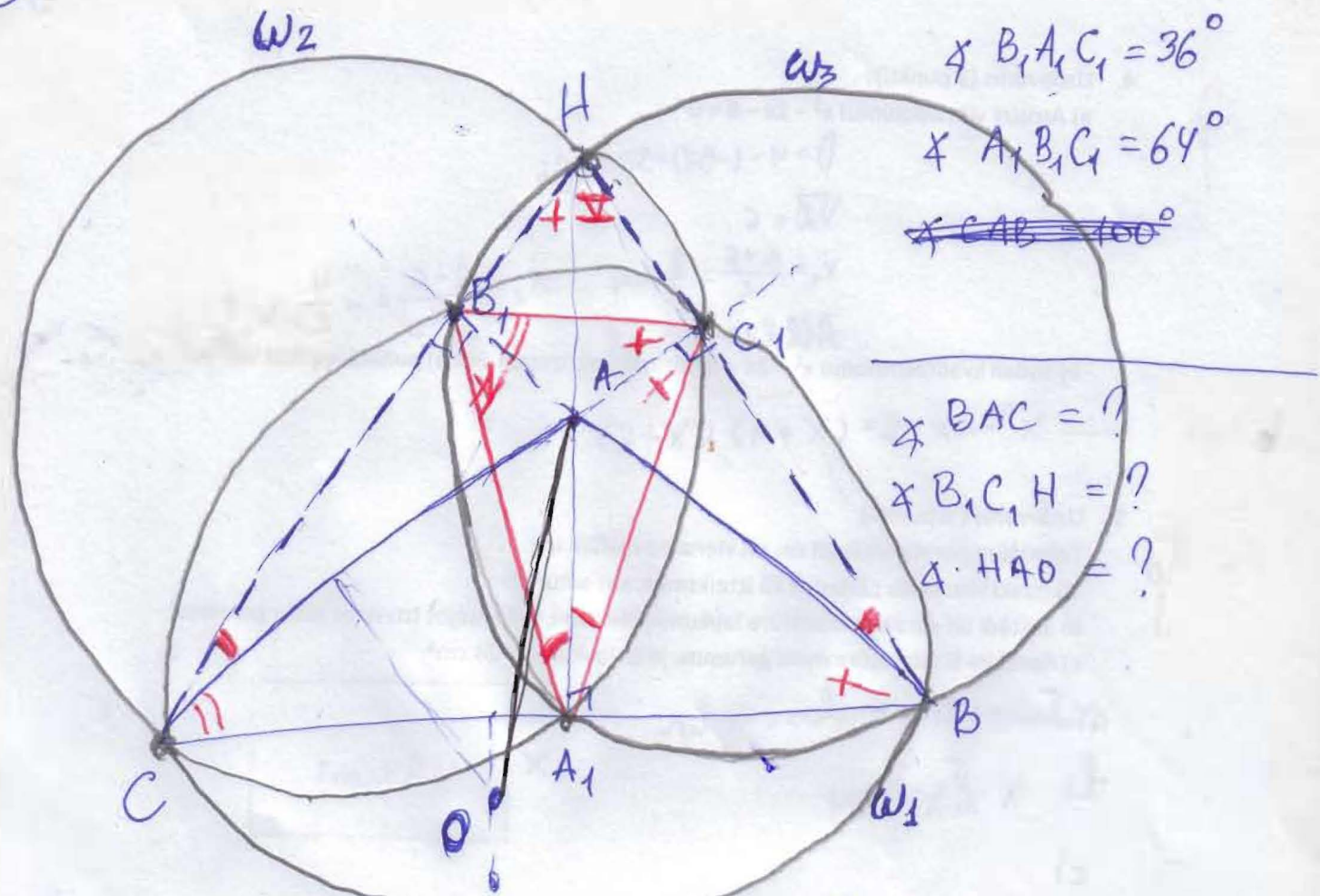


1



1). Так как $\angle C B_1 B$ и $\angle C C_1 B = 90^\circ$ и эти углы опираются на отрезок $[CB]$, то вокруг $C B_1 C_1 B$ можно описать окружность ω_1 . Что мы и делаем. По той же причине можем описать окружность около $C A_1 C_1 H - \omega_2$. И наконец описываем окружность около $B_1 H B A_1 - \omega_3$.

2) Теорема, о которой говорили в переписке утверждает, что в $\triangle A_1 B_1 C_1$ лучи $A_1 H$, $B_1 B$ и $C_1 C$ являются биссектрисами. Но мы сейчас это положение докажем.

3). Рассмотрим окружность ω_1 :

2

$\Rightarrow \angle C_1CB = \angle BV_1C_1$ - опираются на одну дугу $\cup C_1B$

$\angle B_1CC_1 = \angle B_1BC_1$ - опираются на одну дугу $\cup B_1C_1$
 $\stackrel{\uparrow}{=} \angle HCC_1 \quad \stackrel{\downarrow}{=} \angle B_1BH$

$\angle B_1BC = \angle ABC = \angle B_1C_1C$ - опираются на одну дугу $\cup B_1C$

4). Рассмотрим окружность ω_3 :

$\angle B_1BH = \angle B_1BC_1 = \angle B_1A_1H$ - опираются на дугу $\cup B_1H$

$\angle B_1BA_1 = \angle B_1HA_1$ - опираются на дугу $\cup B_1A_1$

$\angle A_1HB = \angle A_1V_1B$ - опираются на дугу $\cup A_1B$

5). Рассмотрим окружность ω_2 :

$\angle A_1HC_1 = \angle A_1HB = \angle C_1CA_1$ опираются на дугу $\cup C_1A_1$

$\angle HA_1C_1 = \angle HCC_1 = \angle B_1CC_1$ опираются на дугу $\cup HC_1$

$\angle CA_1A_1 = \angle CC_1A_1$ - опираются на дугу $\cup CA_1$

Теперь посмотрим на рисунок, который у нас

получился. Теперь видно, что $[A_1H]$ -биссектриса

$$\angle B_1A_1C_1 \Rightarrow \angle B_1A_1H = \angle C_1A_1H = 36^\circ : 2 = 18^\circ$$

$$\text{Аналогично: } \angle A_1V_1B = \angle C_1V_1B = 64^\circ : 2 = 32^\circ$$

$$\angle B_1C_1C = \angle A_1C_1C = 80^\circ : 2 = 40^\circ$$

6). Теперь очень просто найти $\angle BAC$: $\triangle ABC$:

$$\begin{aligned} \angle BAC &= 180^\circ - \angle ACB - \angle ABC = \\ &= 180^\circ - \angle A_1B_1B - \angle CC_1A_1 = 180^\circ - 32^\circ - 40^\circ = 108^\circ \end{aligned}$$

$$\boxed{\angle BAC = 108^\circ}$$

7). Найдем $\angle B_1C_1H$ у $\triangle CC_1H$

$$\angle B_1C_1H = \angle CC_1H - \angle CC_1B_1 = \angle CC_1H - 40^\circ = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$$

~~$$\begin{aligned} \triangle CC_1H: \angle CC_1H &= 180^\circ - \angle C_1CH - \angle HC_1C = \\ &= 180^\circ - 18^\circ - (40^\circ + 32^\circ) = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ \end{aligned}$$~~

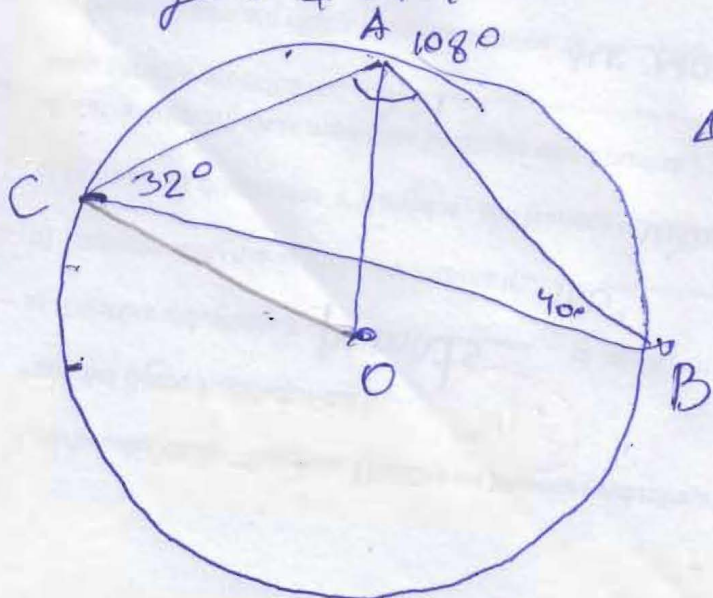
$$\boxed{\angle B_1C_1H = 50^\circ}$$

8). $\angle HAO = \angle CAH + \angle CAO$

~~$$\triangle CAH: \angle CAH = 180^\circ - \angle HCA - \angle CHA =$$~~

$$= 180^\circ - 18^\circ - 40^\circ = 122^\circ$$

Найдем $\angle CAO$:



$$\begin{aligned} \angle COA &= 2 \cdot \angle CBA = 2 \cdot 40^\circ = 80^\circ \\ \triangle COA &\text{ — равнобедренный, так как } OC = OA = R \\ \Rightarrow \angle CAO &= (180^\circ - 80^\circ) : 2 = 50^\circ \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \boxed{\angle HAO = 122^\circ + 50^\circ = 172^\circ}$$