

Контрольная работа выполняется в печатном варианте на листах формата А4, шрифтом Times New Roman, 14 пт., межстрочный интервал 1,5, поля: верхнее – 2 см, нижнее – 2 см, левое – 2 см, правое – 2 см, выравнивание текста – по ширине, красная строка – 1,25. Титульный лист оформляется в соответствии с приложением 1.

Вариант	Номер практического задания
1	1, 11, 21, 31, 41
2	2, 12, 22, 32, 42
3	3, 13, 23, 33, 43
4	4, 14, 24, 34, 44
5	5, 15, 25, 35, 45
6	6, 16, 26, 36, 46
7	7, 17, 27, 37, 47
8	8, 18, 28, 38, 48
9	9, 19, 29, 39, 49
10	10, 20, 30, 40, 50

ОБРАЗЕЦ ВЫПОЛНЕНИЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

1. Вычислите пределы:

$$\text{а) } \lim_{n \rightarrow 3} \frac{n^2 - 9}{n^2 - 3n} = \lim_{n \rightarrow 3} \frac{(n-3) \cdot (n+3)}{n \cdot (n-3)} = \lim_{n \rightarrow 3} \frac{n+3}{n} = \frac{3+3}{3} = 2$$

$$\text{б) } \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{m^3 - m^2 - 1}{m^3 + m - 1} = \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{\frac{m^3}{m^3} - \frac{m^2}{m^3} - \frac{1}{m^3}}{\frac{m^3}{m^3} + \frac{m}{m^3} - \frac{1}{m^3}} = \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{1 - \frac{1}{m} - \frac{1}{m^3}}{1 + \frac{1}{m^2} - \frac{1}{m^3}} = \frac{1-0-0}{1+0-0} = 1$$

2. Найдите производные:

$$y' = \frac{(ctgx)' \cdot \sqrt{x} - ctgx \cdot (\sqrt{x})'}{(\sqrt{x})^2} = \frac{-\frac{1}{\sin^2 x} \cdot \sqrt{x} - ctgx \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}}{x} = \frac{-2\sqrt{x} \cdot \sqrt{x} - ctgx \cdot \sin^2 x}{2x\sqrt{x} \cdot \sin^2 x} =$$

$$\text{а) } = \frac{-2x - \frac{\cos x}{\sin x} \cdot \sin^2 x}{2x\sqrt{x} \cdot \sin^2 x} = \frac{-2x - \cos x \cdot \sin x}{2x\sqrt{x} \cdot \sin^2 x}$$

$$\text{б) } y' = (\sqrt{\cos x + 5})' = \frac{1}{\sqrt{\cos x + 5}} \cdot (\cos x + 5)' = \frac{-\sin x}{\sqrt{\cos x + 5}}$$

$$\text{в) } f'(x) = (\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}, \quad f'(0) = -\frac{1}{\sqrt{1-0^2}} = -\frac{1}{\sqrt{1}} = -1$$

3. Вычислите интегралы:

$$\text{а) } \int \frac{dx}{\sqrt{9-x^2}} = \arcsin \frac{x}{3} + C$$

$$\int \cos 3x dx = \left[\begin{array}{l} 3x = t \\ 3dx = dt \\ dx = \frac{dt}{3} \end{array} \right] = \int \frac{\cos t dt}{3} = \frac{1}{3} \int \cos t dt = \frac{1}{3} \sin t + C$$

$$\text{б) } = [\text{возвращаемся к переменной } x] = \frac{1}{3} \sin 3x + C$$

$$\int \operatorname{arctg} x dx = \left[\begin{array}{l} u = \operatorname{arctg} x \quad du = \frac{dx}{1+x^2} \\ dv = dx \quad v = x \end{array} \right] = u \cdot v - \int v du =$$

$$x \cdot \operatorname{arctg} x - \int \frac{xdx}{1+x^2} = x \cdot \operatorname{arctg} x - \int \frac{xdx}{1+x^2} \left[\begin{array}{l} 1+x^2 = t \\ 2xdx = dt \\ xdx = \frac{dt}{2} \end{array} \right] = x \cdot \operatorname{arctg} x - \frac{1}{2} \int \frac{dt}{t}$$

$$\text{в) } = x \cdot \operatorname{arctg} x - \frac{1}{2} \ln t + C = x \cdot \operatorname{arctg} x - \frac{1}{2} \ln(1+x^2) + C.$$

4. Решите уравнения:

а) $xdy = ydx$

$$\frac{dy}{y} = \frac{dx}{x}$$

$$\int \frac{dy}{y} = \int \frac{dx}{x}$$

$$\ln y = \ln x + \ln|C|$$

$$\ln y = \ln x \cdot C$$

$y = Cx$ - общее решение дифференциального уравнения

Если $y = 4$, при $x = 4$, то $4 = C \cdot 4 \Rightarrow C = 1$

$y = x$ - частное решение дифференциального уравнения

$$\text{б) } \frac{xdx}{1+x^2} - \frac{y^2 dy}{1+y^3} = 0$$

$$\frac{y^2 dy}{1+y^3} = \frac{xdx}{1+x^2}$$

$$\int \frac{y^2 dy}{1+y^3} = \int \frac{xdx}{1+x^2}$$

$$\frac{1}{3} \ln(1+y^3) = \frac{1}{2} \ln(1+x^2) + C$$

$$\text{в) } \frac{dy}{dx} - y \cdot \operatorname{ctg} x = \sin 2x$$

$$y = u \cdot v; \quad \frac{dy}{dx} = y' = u'v + uv'$$

замена переменных:

$$u'v + uv' - uv \cdot \operatorname{ctg} x = \sin 2x$$

$$v(u' - u \cdot \operatorname{ctg} x) + u \cdot v' = \sin 2x$$

$$u' - u \cdot \operatorname{ctg} x = 0$$

$$\frac{du}{dx} = u \cdot \operatorname{ctg} x$$

$$\frac{du}{u} = \frac{\cos x dx}{\sin x}$$

$$\ln u = \ln \sin x$$

$$u = \sin x \text{ подставим в (1)}$$

(1)

$$\sin x \cdot v' = \sin 2x$$

$$\sin x \cdot dv = 2 \sin x \cdot \cos x dx$$

$$dv = 2 \cos x dx$$

$$v = 2 \sin x + C$$

$$y = \sin x \cdot (2 \sin x + C)$$

5. Решите задачи:

а) Студент выучил 40 вопросов из 50. Найдите вероятность того, что он ответит на три предложенных ему вопроса.

$$P(A) = \frac{40}{50} \cdot \frac{39}{49} \cdot \frac{38}{48} = 0,8 \cdot 0,796 \cdot 0,792 = 0,5041$$

б) Найдите дисперсию и среднее квадратичное отклонение дискретной случайной величины X , заданной законом распределения.

x	3,0	3,1	2,6
p	0,5	0,3	0,2

Решение:

Математическое ожидание: $M(X) = np$

$$M(X) = 3 \cdot 0,5 + 3,1 \cdot 0,3 + 2,6 \cdot 0,2 = 1,5 + 0,93 + 0,52 = 2,95$$

Дисперсия: $D(X) = M(X^2) - [M(X)]^2$

$$M^2(X) = 8,7025$$

$$M(X^2) = 9 \cdot 0,5 + 9,61 \cdot 0,3 + 6,76 \cdot 0,2 = 4,5 + 2,883 + 1,352 = 8,735$$

$$D(X) = M(X^2) - M^2(X) = 8,735 - 8,7025 = 0,0325 \approx 0,03$$

Среднее квадратическое отклонение:

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)} = \sqrt{0,03} = 0,17$$

КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

I. Вычислите пределы:

1. a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 9}{x + 3}$ б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x + 1}{3x^2 + x + 2}$

2. a) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{2 + x}$ б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-2x - 1}{3x^2 - 4x + 1}$

3. a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{10x^2 + 4x - 3}{5x^2 + 2x + 1}$ б) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{3 + x}{x^2 - 9}$

4. a) $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{x - 9}{\sqrt{x} - 3}$ б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x + 3} - 2}{x - 1}$

5. a) $\lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x^2 - 4x})$ б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - 4x + x^3}{x - 2x^3}$

6. a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{16 + x^2} - 4}{x^2}$ б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^4 - 1}{2 - x^4 + 3x^3}$

7. a) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - x - 12}{x + 3}$ б) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x - 4}{\sqrt{x} - 2}$

8. a) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - x} - x)$ б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 8x + 7}{x - 1}$

9. a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 + 5x} - x$ б) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 5x + 6}$

10. a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7 - 6x^2}{2 + 3x^2}$ б) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 27}{x - 3}$

II. Найдите производные:

11. a) $y = \frac{\cos x}{\sqrt{x}}$

б) $y = \operatorname{tg}^5 3x$

в) дана функция

$$f(x) = \sqrt{5x^2 + 2x + 1},$$

найти $f'(-1)$

12. a) $y = \operatorname{Ctg} x \cdot x^7$

б) $y = e^{\sqrt{x}}$

в) дана функция,

$$f(x) = \sqrt{2 + \sqrt{2x}}, \text{ найти}$$

$f'(2)$

13. a) $y = \sin x \cdot \sqrt{x}$

б) $y = \operatorname{arc} \operatorname{Ctg} \sqrt{2x}$

в) дана функция

$$f(x) = \operatorname{arctg} x, \text{ найти}$$

$f'(\sqrt{3})$

- 14 . a) б) в) дана функция
 , найти
- 15 . a) $y = 7\sqrt{x} - 4\operatorname{tg}x$ б) $y = 3^{2x^2}$ в) дана функция
 $f(x) = \frac{\operatorname{tg}x - 1}{\operatorname{tg}x}$, найти
 $f'\left(\frac{\pi}{3}\right)$
- 16 . a) $y = \frac{x^3 + 1}{x}$ б) $y = e^{\cos x}$ в) дана функция
 $f(x) = \sin x + \operatorname{tg}x$, найти
 $f'(\pi)$
- 17 . a) $y = \cos x \cdot x^9$ б) $y = \ln \sin x$ в) дана функция
 $f(x) = \frac{x^3}{\sqrt{8 + x^3}}$, найти
 $f'(1)$
- 18 . a) $y = \frac{1 - x^3}{1 + x^3}$ б) $y = \ln \operatorname{tg}x$ в) дана функция
 $f(x) = \cos^3 x \cdot \sin x$,
найти $f'\left(\frac{\pi}{3}\right)$
- 19 . a) $y = x^2 + \sin x$ б) $y = \operatorname{tg}x \cdot \sin^2 x$ в) дана функция
 $f(x) = \ln \sin \frac{x}{3}$, найти
 $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$
- 20 . a) $y = \operatorname{tg}2x - \operatorname{Ctg}2x$ б) $y = e^{\sin x} \cdot \cos x$ в) дана функция
 $f(x) = \operatorname{arctg}e^{-x}$, найти
 $f'(0)$

III. Вычислите интегралы:

- 21 а) $\int \frac{5dx}{\cos^2 x}$ б) $\int (3x+2)^5 dx$ в) $\int x \cdot \sin x dx$
 .
- 22 а) $\int \frac{dx}{\sin^2 5x}$ б) $\int \frac{dx}{(4x+1)^4}$ в) $\int x \cdot \cos x dx$
 .
- 23 а) $\int \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$ б) $\int \frac{x^2 dx}{5x^3+1}$ в) $\int x \cdot \ln x dx$
 .
- 24 а) $\int \frac{2dx}{1+x^2}$ б) $\int \sin 3x^2 \cdot x dx$ в) $\int x \cdot e^x dx$
 .
- 25 а) $\int \frac{2dx}{\sin^2 \frac{1}{5}x}$ б) $\int \sqrt{2 \sin x - 1} \cdot \cos x dx$ в) $\int \arcsin x dx$
 .
- 26 а) $\int \frac{dx}{16+25x^2}$ б) $\int (2x^3+1)^4 dx$ в) $\int (1-x) \cdot \sin x dx$
 .
- 27 а) $\int 2^{5x} dx$ б) $\int e^{\sin x} \cdot \cos x dx$ в) $\int \frac{x dx}{\sin^2 x}$
 .
- 28 а) $\int 3 \cos 5x dx$ б) $\int \sqrt{e^x+1} \cdot e^x dx$ в) $\int x \cdot \arctg x dx$
 .
- 29 а) $\int \frac{dx}{\sqrt{9-16x^2}}$ б) $\int \frac{\cos x dx}{2 \sin x + 1}$ в) $\int e^x \cdot \cos x dx$
 .
- 30 а) $\int \frac{8dx}{x}$ б) $\int \frac{x dx}{\sin^2 2x^2}$ в) $\int \frac{\ln x dx}{x^2}$
 .

IV. Решите уравнения:

31. а) $3y^2 dy = x^2 dx$, если $y = 1$ при $x = 3$ б) $(x+y)dx - xdy = 0$ в) $y' - 2y - 3 = 0$
32. а) $ydy = xdx$, если $y = 4$ при $x = -2$ б) $(x+y)dx + xdy = 0$ в) $y' - y - 1 = 0$
33. а) $3y^2 dy = xdx$, если $y = 1$ при $x = 0$ б) $(x+y)dx + (y-x)dy = 0$ в) $y' - \frac{2y}{x+1} = (x+1)^3$
34. а) $x dy = y dx$, если $y = 6$ при $x = 1$ б) $(x-y)dx + (x+y)dy = 0$ в) $y' + \frac{2y}{x} = x$

35. а) $\frac{dy}{\sqrt{x}} = \frac{3dx}{\sqrt{y}}$, если $y = 9$ при $x = 2$ б) $(2\sqrt{xy} - x)dy + ydx = 0$ в) $y' + 3y + 1 = 0$

36. а) $\frac{dy}{x^2} = \frac{3dx}{y^2}$, если $y = 2$ при $x = 0$ б) $(x - y)dx + xdy = 0$ в) $y' + y = \frac{1}{e^x}$

37. а) $(x - 1)dy = (y + 1)dx$, если $y = 3$ при $x = 2$ б) $x^2dy = (xy + y^2)dx$ в) $y' - \frac{3y}{x} = e^x \cdot x^3$

38. а) $(x^2 + 1)dy = 4xydx$, если $y = 4$ при $x = 1$ б) $xy^2dy = (x^3 + y^3)dx$ в) $y' + \frac{2y}{x} = \frac{1}{x^2}$

39. а) $(x^2 + 1)dy = xydx$, если $y = 2$ при $x = \sqrt{3}$ б) $x^2dy + (x - 1)ydx = 0$ в) $y' + 4y - 2 = 0$

40. а) $\sqrt{x}dy = \sqrt{y}dx$, если $y = 1$ при $x = 4$ б) $x^2dy = (xy - y^2)dx$ в) $y' + y \cdot \operatorname{tg} x = \frac{1}{\cos x}$

V. Решите задачи:

41 а) На стеллаже библиотеки в случайном порядке расставлено 8 учебников, причем 3 из них в переплете. Библиотекарь берет наудачу три учебника. Найдите вероятность того, что хотя бы один из взятых учебников окажется в переплете.

б) Найдите дисперсию и среднее квадратичное отклонение дискретной случайной величины X , заданной законом распределения.

x	4,3	5,1	10,6
P	0,2	0,3	0,5

42 а) В группе 12 студентов, среди которых 8 отличников. По списку наудачу отобраны 9 студентов. Найдите вероятность того, что среди отобранных студентов пять отличников.

б) Найдите дисперсию и среднее квадратичное отклонение дискретной случайной величины X , заданной законом распределения.

x	3,3	1,1	3,6
P	0,2	0,3	0,5

- 43 а) В партии 100 одинаковых по внешнему виду изделий смешаны 40 изделий 1 сорта и 60 изделий второго сорта. Найдите вероятность того, что взятые наудачу два изделия окажутся одного сорта.

б) Найдите дисперсию и среднее квадратичное отклонение дискретной случайной величины X , заданной законом распределения.

x	4,0	5,5	1,6
p	0,2	0,3	0,5

- 44 а) В читальном зале имеется шесть учебников по теории вероятностей, из которых три в переплете. Библиотекарь наудачу взял два учебника. Найдите вероятность того, что оба учебника окажутся в переплете.

б) Найдите дисперсию и среднее квадратичное отклонение дискретной случайной величины X , заданной законом распределения.

x	4,3	5,1	10,6
p	0,1	0,4	0,5

- 45 а) В группе 16 студентов, среди которых 6 отличников. По списку наудачу отобраны 6 студентов. Найдите вероятность того, что среди отобранных студентов три отличника.

б) Найдите дисперсию и среднее квадратичное отклонение дискретной случайной величины X , заданной законом распределения.

x	2,3	3,1	7,5
p	0,3	0,3	0,4

- 46 а) Студент выучил 20 вопросов из 25. Найдите вероятность того, что он ответит на три предложенных ему вопроса.

б) Найдите дисперсию и среднее квадратичное отклонение дискретной случайной величины X , заданной законом распределения.

x	2,5	5,1	6,6
p	0,2	0,3	0,5

- 47 а) Студент выучил 20 вопросов из 25. Найдите вероятность того, что он ответит хотя бы на один вопрос.

б) Найдите дисперсию и среднее квадратичное отклонение дискретной случайной величины X , заданной законом распределения.

x	4,3	5,1	10,6
p	0,1	0,4	0,5

0,4 0,4 0,2

48 а) В читальном зале имеется шесть учебников по теории вероятностей, из которых три в переплете. Библиотекарь наудачу взял два учебника. Найдите вероятность того, что оба учебника без переплета.

б) Найдите дисперсию и среднее квадратичное отклонение дискретной случайной величины X , заданной законом распределения.

x	1,5	3,2	8,0
p	0,2	0,3	0,5

49 а) В партии 80 одинаковых по внешнему виду изделий смешаны 20 изделий 1 сорта и 60 изделий второго сорта. Найдите вероятность того, что взятые наудачу два изделия окажутся одного сорта.

б) Найдите дисперсию и среднее квадратичное отклонение дискретной случайной величины X , заданной законом распределения.

x	5,8	5,1	7,4
p	0,3	0,5	0,2

50 а) Студент выучил 30 вопросов из 50. Найдите вероятность того, что он ответит на три предложенных ему вопроса.

б) Найдите дисперсию и среднее квадратичное отклонение дискретной случайной величины X , заданной законом распределения.

x	1,3	4,5	6,7
p	0,3	0,1	0,6

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ ХАБАРОВСКОГО КРАЯ
КРАЕВОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
«ХАБАРОВСКИЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ КОЛЛЕДЖ»
ЗАОЧНОЕ ОТДЕЛЕНИЕ

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА
ПО ДИСЦИПЛИНЕ «МАТЕМАТИКА»

Выполнил:
Иванов Петр Сергеевич
группа МЭО-01з

Проверил:
Назаров М. И.

2020 г.