

Решить уравнение

$$2 \cos^2 x = |\cos x|$$

Заметим, что нет разницы, что возводить в квадрат — число или его модуль. Поэтому можно написать $2 |\cos x|^2 = |\cos x|$

Раскладываем на множители:

$$\begin{aligned} 2 |\cos x|^2 - |\cos x| &= 0 \\ |\cos x| \cdot (2 |\cos x| - 1) &= 0 \end{aligned}$$

Произведение равно нулю, если хотя бы один из сомножителей равен нулю, откуда

$$|\cos x| = 0 \text{ или } |\cos x| = 1/2.$$

Решаем первое:

$$\begin{aligned} |\cos x| &= 0 \\ \cos x &= 0 \\ x &= \frac{\pi}{2} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

Второе сначала возведём в квадрат, а потом будем решать (возведение в квадрат — равносильная операция, так как обе части уравнения неотрицательные):

$$\begin{aligned} |\cos x|^2 &= \frac{1}{4} \\ \cos^2 x &= \frac{1}{4} \\ \frac{1 + \cos 2x}{2} &= \frac{1}{4} \\ \cos 2x &= -\frac{1}{2} \\ 2x &= \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z} \\ x &= \pm \frac{\pi}{3} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

Ответ.

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}; \quad x = \pm \frac{\pi}{3} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$