

$$1. \sin 7x \cos 3x = \cos 7x \sin 3x;$$

Переносим все в одну сторону и используем формулу сложения аргументов

$$\sin 7x \cos 3x - \cos 7x \sin 3x = 0$$

$$\sin(7x - 3x) = 0$$

$$\sin 4x = 0$$

$$4x = \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$x = 0.25\pi k$$

Ответ: $x = 0.25\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$

$$2. 6\sin x - \cos^2 x - 6 = 6;$$

Используем основное тригонометрическое тождество

$$6 \sin x - (1 - \sin^2 x) - 12 = 0$$

$$\sin^2 x - 6 \sin x - 13 = 0$$

Пусть $\sin x = t$, тогда

$$t^2 - 6t - 13 = 0$$

$$D = \sqrt{36 + 52} = \sqrt{88} = 2\sqrt{22}$$

$$t_1 = \frac{6 - 2\sqrt{22}}{2} = 3 - \sqrt{22}$$

$$t_2 = \frac{6 + 2\sqrt{22}}{2} = 3 + \sqrt{22}$$

Возвращаемся к прежней переменной

$$1) \sin x = 3 - \sqrt{22}$$

$$x = (-1)^k \arcsin(3 - \sqrt{22}) + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$2) \sin x = 3 + \sqrt{22}$$

$$x = (-1)^n \arcsin(3 + \sqrt{22}) + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $(-1)^k \arcsin(3 - \sqrt{22}) + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}; \quad (-1)^n \arcsin(3 + \sqrt{22}) + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$

$$3. 2\sin x - \cos 2x \sin x = 0;$$

Применяем формулу косинуса двойного угла

$$2\sin x - (1 - 2\sin^2 x) \sin x = 0$$

$$\sin x (2 - (1 - 2\sin^2 x)) = 0$$

$$\sin x (2 - 1 + 2\sin^2 x) = 0$$

$$\sin x (1 + 2\sin^2 x) = 0$$

$$1) \sin x = 0$$

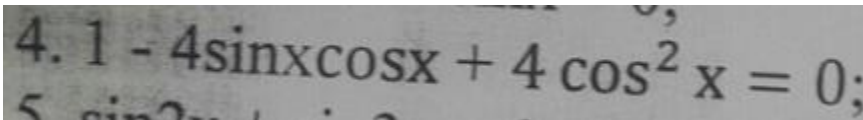
$$x = \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$2) 1 + 2\sin^2 x = 0$$

$$\sin^2 x = -\frac{1}{2}$$

Решения не имеет (квадрат любого выражения не может быть отрицательным)

Ответ: $\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$



Используем основное тригонометрическое тождество

$$\sin^2 x + \cos^2 x - 4 \sin x \cos x + 4 \cos^2 x = 0$$

$$\sin^2 x - 4 \sin x \cos x + 5 \cos^2 x = 0$$

1) Если $\cos^2 x$ не равен нулю, то разделим обе части на $\cos^2 x$

$$tg^2 x - 4tgx + 5 = 0$$

Пусть $tg x = t$

$$t^2 - 4t + 5 = 0$$

$$D = \sqrt{16 - 4 \cdot 5} = \sqrt{-4}$$

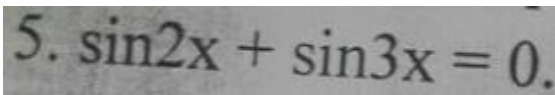
Решения нет

$$2) \cos^2 x = 0$$

$$\cos x = 0$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $\frac{\pi}{2} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$



Используем формулы кратного аргумента

$$2 \sin x \cos x + 3 \sin x - 4 \sin^3 x = 0$$

$$\sin x (2 \cos x + 3 - 4 \sin^2 x) = 0$$

$$1) \sin x = 0$$

$$x = \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$2) 2 \cos x + 3 - 4 \sin^2 x = 0$$

Используем основное тригонометрическое тождество

$$2 \cos x + (4 - 4 \sin^2 x) - 1 = 0$$

$$2 \cos x + 4 \cos^2 x - 1 = 0$$

Пусть $\cos x = t$

$$4t^2 + 2t - 1 = 0$$

$$D = \sqrt{4 + 4 \cdot 4} = 2\sqrt{5}$$

$$t_1 = \frac{-2 - 2\sqrt{5}}{8} = -0.25(1 + \sqrt{5})$$

$$t_2 = \frac{-2 + 2\sqrt{5}}{8} = -0.25(1 - \sqrt{5})$$

Возвращаемся к прежней переменной

$$\text{a) } \cos x = -0.25(1 + \sqrt{5})$$

$$x = \pm \arccos(-0.25(1 + \sqrt{5})) + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$\text{b) } \cos x = -0.25(1 - \sqrt{5})$$

$$x = \pm \arccos(-0.25(1 - \sqrt{5})) + 2\pi m, \quad m \in \mathbb{Z}$$

Ответ:

$$\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}; \quad \pm \arccos(-0.25(1 + \sqrt{5})) + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}; \quad \pm \arccos(-0.25(1 - \sqrt{5})) + 2\pi m, \quad m \in \mathbb{Z}$$